УДК 658.152:330.322.54:519.866

ОЦІНЮВАННЯ ЧИСТОЇ ТЕПЕРІШНЬОЇ ВАРТОСТІ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПРОЕКТУ В СИТУАЦІЇ НЕЧІТКИХ ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ

© 2017 КОЦЮБА О. С.

УДК 658.152:330.322.54:519.866

Коцюба О. С.

Оцінювання чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту в ситуації нечітких початкових даних

В статті досліджено проблему оцінювання показника чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту в межах методології на основі теорії нечітких множин у ситуації, коли вихідні дані описуються нечіткими оцінками. В загальному випадку нечітко-множинне оцінювання зазначеного показника, за умови дискретно-інтервального за рівнями належності представлення початкових параметрів, зводиться до сукупності однотипних оптимізаційних задач. Нерідко, залежно від характеристик нечітких оцінок грошових потоків розглядуваного інвестиційного проекту, розв'язки частини цих задач можуть бути знайдені безпосередньо, на основі відповідних аналітичних виразів, інші ж задачі передбачають звернення до спеціальних методів оптимізації. В роботі було здійснено спробу розвитку аналітичної складової нечітко-множинного моделювання показника чистої теперішньої вартості. Спочатку було розглянуто загальний пошуково-оптимізаційний підхід, який дозволяє забезпечити наперед заданий ступінь точності, а також метод наближеного знаходження нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості на основі аналітичних співвідношень, авторами якого є Чуй-Юй Ч'ю (Chui-Yu Chiu) та Чхан С. Пак (Chan S. Park). Після цього було проаналізовано ситуацію і запропоновано відповідну розрахункову модель, коли нечіткі оцінки грошових потоків інвестиційного проекту можуть бути проінтерпретовані з позиції концепції породжуючої грошової операції вкладу, сформульованої О. Б. Ложкіним. Окрім іншого, це дозволило розвинути загальну схему визначення нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості, доповнивши її ситуацією зазначеної концепції. Як магістральний напрям подальшого розвитку порушеної в публікації проблематики визначено формування цілісної методології оцінювання ефективності реальних інвестицій, яка би з єдиних теоретичних позицій охоплювала різні за своєю природою і структурними характеристиками види невизначеності.

Ключові слова: *інвестиційний проект, оцінка ефективності, чиста теперішня вартість, невизначеність, нечіткі дані.*

Формул: *47.* **Бібл.:** *14.*

Коцюба Олексій Станіславович *– кандидат економічних наук, доцент, докторант кафедри стратегії підприємств, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)*

E-mail: *kotsyuba@voliacable.com*

УДК 658.152:330.322.54:519.866

Коцюба А. С. Оценка чистой текущей стоимости инвестиционного проекта в ситуации нечетких начальных данных

В статье исследована проблема оценки показателя чистой текущей стоимости инвестиционного проекта в рамках методологии на основе теории нечетких множеств в ситуации, когда исходные данные описываются нечеткими оценками. В общем случае нечетко-множественное оценивание указанного показателя, при дискретно-интервальном по уровням принадлежности представлении начальных параметров, сводится к совокупности однотипных оптимизационных задач. Нередко, в зависимости от характеристик нечетких оценок денежных потоков рассматриваемого инвестиционного проекта, решения этих задач могут быть найдены непосредственно, на основе соответствующих аналитических выражений, другие же задачи предполагают обращение к специальным методам оптимизации. В работе была предпринята попытка развития аналитической составляющей нечетко-множественного моделирования показателя чистой текущей стоимости. Сначала был рассмотрен общий поисково-оптимизационный подход, позволяющий обеспечить наперед заданную степень точности, а также метод приближенного нахождения нечеткой оценки чистой текущей стоимости на основе аналитических соотношений, авторами которого являются Чуй-Юй Чью (Chui-Yu Chiu) и Чхан С. Пак (Chan S. Park). После этого была проанализирована ситуация, и предложена соответствующая расчетная модель, когда нечеткие оценки денежных потоков инвестиционного проекта могут быть проинтерпретированы с позиции концепции порождающей денежной операции вклада, сформулированной О. Б. Ложкиным. Помимо прочего, это позволило развить общую схему определения нечеткой оценки чистой текущей стоимости, дополнив ее ситуацией указанной концепции. Как магистральное направление дальнейшего развития затронутой в публикации проблематики определено формирование целостной методологии оценки эффективности

UDC 658.152:330.322.54:519.866

Kotsyuba O. S. Estimation of the Net Present Value of the Investment Project in the Situation of Fuzzy Initial Data

The article investigates the problem of estimating the net present value of the investment project using a methodology based on the theory of fuzzy sets in the situation when the initial data are described by fuzzy estimates. In the general case the fuzzy-multiple estimation of the specified indicator at a discrete-interval representation of the initial parameters is reduced to a set of homogeneous optimization problems. Often, depending on the characteristics of fuzzy estimates of cash flows of the investment project under consideration, the solutions to these problems can be found directly on the basis of relevant analytical expressions, while other problems require using special optimization methods. In the work there made an attempt to develop the analytical component of the fuzzy-multiple modeling of the net present value indicator. First, we examined the general search and optimization approach, which allows providing a predetermined degree of accuracy, as well as the method for approximate determination of the fuzzy estimate of the net present value on the basis of analytical relationships developed by Chui-Yu Chiu and Chan S. Park. After that, the situation was analyzed, and the corresponding calculation model was proposed, when fuzzy estimates of the cash flows of the investment project can be interpreted from the perspective of the concept of the money-generating operation formulated by O. B. Lozhkin. Among other things, it allowed to develop a general scheme for determining the fuzzy estimate of the net present value, supplementing it with the situation of this concept. As the main direction of the further development of the problems discussed in the publication there determined the formation of a holistic methodology for evaluating the effectiveness of real investments, which would cover different in their nature and structural characteristics types of uncertainty from unified theoretical positions.

Keywords: *investment project, efficiency evaluation, net present value, uncertainty, fuzzy data.*

реальных инвестиций, которая бы с единых теоретических позиций охватывала различные по своей природе и структурным характеристикам виды неопределенности.

Ключевые слова: *инвестиционный проект, оценка эффективности, чистая текущая стоимость, неопределенность, нечеткие данные.*

Формул: *47.* ***Библ.:*** *14.*

Коцюба Алексей Станиславович *– кандидат экономических наук, доцент, докторант кафедры стратегии предприятий, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)*

E-mail: *kotsyuba@voliacable.com*

Formulae: *47.* ***Bibl.:*** *14.*

Kotsyuba Oleksiy S. *– Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Candidate on Doctor Degree of the Department of Enterprises Strategy, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03068, Ukraine)*

E-mail: *kotsyuba@voliacable.com*

Постановка проблеми. Реальні інвестиції забезпечують формування та відтворення операційної системи підприємства. Принципове значення для результативності процесів реального інвестування має якість аналітичної підтримки інвестиційних рішень. Поряд з іншим ефективній реалізації цього завдання перешкоджає негативний вплив фактора невизначеності та породжуваного нею ризику.

Згідно з нинішніми уявленнями невизначеність, яка властива інвестиційній діяльності, має не лише стохастичну природу. З огляду на це, сучасний інвестиційний аналіз та інвестиційний менеджмент звертаються до підходів, які дозволяють моделювати ситуації нестохастичної невизначеності, зокрема, теорії нечітких множин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Першочерговий внесок у розроблення аналітичного інструментарію на основі методології нечітких множин для задач у сфері економіки та бізнесу належить передусім західним вченим. Останнім часом цей напрям почали активно освоювати науковці країн пострадянського простору. В їх числі можна назвати, зокрема, В. П. Бочарникова, П. В. Севастьянова, Л. Г. Димову, О. О. Недосекіна, О. С. Птускіна, Ю. П. Зайченка, В. Г. Чернова, П. М. Дерев'янка [1–7].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Нечіткість початкових даних інвестиційного проекту призводить до того, що результуючі показники його економічної привабливості або ефективності також виявляються нечіткими величинами. Порівняно з іншими показниками ефективності інвестицій, які ґрунтуються на процедурі дисконтування, нечітко-множинне оцінювання чистої теперішньої вартості *(Net Present Value – NPV)* не викликає якихось помітних дискусій і є в цілому добре опрацьованим. В загальному випадку знаходження зазначеного показника, за умови дискретно-інтервального за рівнями належності представлення вихідних параметрів, зводиться до сукупності однотипних оптимізаційних задач. При цьому нерідко, залежно від характеристик нечітких оцінок грошових потоків розглядуваного інвестиційного проекту, розв'язки частини цих задач можуть бути знайдені безпосередньо, на основі відповідних аналітичних виразів, інші ж задачі передбачають звернення до апарату спеціальних методів оптимізації.

Постановка завдання. В контексті вищевикладеного становить інтерес розвиток аналітичної складової нечітко-множинного моделювання показника чистої теперішньої вартості.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для аналізу порушеної проблеми як базові приймаються такі гіпотези (припущення):

- оцінки грошових потоків інвестиційного проекту мають характер або припускають представлення у формі нечітких чисел, де останні слід розуміти як нечіткі величини з нормальною і опуклою функцією належності [8, с. 71];
- оцінки грошових потоків інвестиційного проекту, за виключенням початкових інвестиційних витрат, можуть містити одночасно додатні та від'ємні значення;
- для різних розрахункових періодів оцінки ставки дисконтування грошових потоків інвестиційного проекту можуть різнитися між собою. Зазначені оцінки мають характер або припускають представлення у формі нечітких чисел в сенсі, наведеному вище;
- початкові параметри, на основі яких розраховуються грошові потоки інвестиційного проекту, вважаються незалежними між собою за зміни їх значень у межах носіїв нечітких оцінок (чисел), якими вони описуються.

Додатково до зазначеного відразу оговоримо, що, орієнтуючись на потреби практичних розрахунків, у пропонованому нижче аналізі будемо виходити з дискретно-інтервального за рівнями належності способу опису нечітких оцінок. При цьому припускатимемо, що дискретизація здійснюється через рівні проміжки.

Відповідно до прийнятих гіпотез структуру нечітких оцінок грошових потоків інвестиційного проекту та дисконтної ставки визначають співвідношення:

1) $\max\{\alpha_i \,|\, \alpha_i = \Delta\alpha \times i, \Delta\alpha > 0, i = \overline{0,n}\} = 1$ (звідси $\alpha_i = i/n$, $i = \overline{0,n}$);

2) $\tilde{C}\tilde{F}_k = \bigcup\limits_{i=0}^{n} [\underline{CF}_k^{\alpha_i}, \overline{CF}_k^{\alpha_i}]$, $k = \overline{0,T}$, $\tilde{r}_s = \bigcup\limits_{i=0}^{n} [\underline{r}_s^{\alpha_i}, \overline{r}_s^{\alpha_i}]$, $s = \overline{1,T}$, $\alpha_i = i/n$, $i = \overline{0,n}$;

3) $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \le \overline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k = \overline{0,T}$, $\underline{r}_s^{\alpha_i} \le \overline{r}_s^{\alpha_i}$, $s = \overline{1,T}$, $\alpha_i = i/n$, $i = \overline{0,n-1}$;

4) $\underline{CF}_k^{1,0} \le \overline{CF}_k^{1,0}$, $k = \overline{0,T}$, $\underline{r}_s^{1,0} \le \overline{r}_s^{1,0}$, $s = \overline{1,T}$;

5) $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \le \underline{CF}_k^{\alpha_{i+1}}$, $\overline{CF}_k^{\alpha_{i+1}} \le \overline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k = \overline{0,T}$, $\underline{r}_s^{\alpha_i} \le \underline{r}_s^{\alpha_{i+1}}$, $\overline{r}_s^{\alpha_{i+1}} \le \overline{r}_s^{\alpha_i}$, $s = \overline{1,T}$, $\alpha_i = i/n$, $i = \overline{0,n-1}$.

У наведених вище співвідношеннях використовуються такі умовні позначення:

CF_k, $\tilde{C}\tilde{F}_k$, $k=\overline{0,T}$ – відповідно детерміноване (точково фіксоване) значення й нечітка оцінка грошового потоку аналізованого інвестиційного проекту в k -му розрахунковому періоді;

r_s, $\tilde{r}_s$, $s=\overline{1,T}$ – відповідно детерміноване значення й нечітка оцінка ставки дисконтування грошового потоку аналізованого інвестиційного проекту в s -му розрахунковому періоді;

i, n – відповідно індекс інтервалу достовірності та кількість кроків дискретизації в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткої оцінки аналізованого параметра;

α_i – значення функції належності для i -го інтервалу достовірності в межах дискретно-інтервального за рівнями належності представленні нечіткої оцінки аналізованого параметра;

$\Delta\alpha$ – крок дискретизації в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткої оцінки аналізованого параметра;

$\underline{CF}_k^{\alpha_i}$, $\overline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k=\overline{0,T}$ – відповідно мінімальне і максимальне значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки грошового потоку в k -му розрахунковому періоді, який відповідає рівню належності α_i;

$\underline{r}_s^{\alpha_i}$, $\bar{r}_s^{\alpha_i}$, $s=\overline{1,T}$ – відповідно мінімальне та максимальне значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки ставки дисконтування грошового потоку в s -му розрахунковому періоді, який відповідає рівню належності α_i.

В межах зафіксованих передумов проблема оцінювання чистої теперішньої вартості може бути формалізована як множина двійок (пар) оптимізаційних задач, де кожна двійка відповідає окремому рівню належності [7, с. 126]:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = CF_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{CF_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s^{\alpha_i})} \to \min, \qquad (1)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = CF_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{CF_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s^{\alpha_i})} \to \max, \qquad (2)$$

$$CF_k^{\alpha_i} \in [\underline{CF}_k^{\alpha_i}, \overline{CF}_k^{\alpha_i}],\ k=\overline{0,T}, \qquad (3)$$

$$r_s^{\alpha_i} \in [\underline{r}_s^{\alpha_i}, \bar{r}_s^{\alpha_i}],\ s=\overline{1,T}, \qquad (4)$$

$$\alpha_i = i/n,\ i=\overline{0,n}, \qquad (5)$$

де $\underline{NPV}^{\alpha_i}$, $\overline{NPV}^{\alpha_i}$ – відповідно мінімальне та максимальне значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки показника NPV, який відповідає рівню належності α_i;

$CF_k^{\alpha_i}$ – значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки грошового потоку в k -му розрахунковому періоді, який відповідає рівню належності α_i;

$r_s^{\alpha_i}$ – значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки ставки дисконтування грошового потоку в s -му розрахунковому періоді, який відповідає рівню належності α_i.

Виходячи із зроблених на початку припущень $\forall k=\overline{1,T}$, $\forall \alpha_i = i/n$, $i=\overline{0,n}$:

$$\frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s)} \le \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s)},\ r_s \in (0,+\infty),\ s=\overline{1,T}, \qquad (6)$$

й відповідно $\forall \alpha_i = i/n$, $i=\overline{0,n}$:

$$\underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s)} \le \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s)},$$

$$r_s \in (0,+\infty),\ s=\overline{1,T}. \qquad (7)$$

Звідси вихідна модель визначення нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості може бути спрощена та сформульована в такий спосіб:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s^{\alpha_i})} \to \min, \qquad (8)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+r_s^{\alpha_i})} \to \max, \qquad (9)$$

$$r_s^{\alpha_i} \in [\underline{r}_s^{\alpha_i}, \bar{r}_s^{\alpha_i}],\ s=\overline{1,T}, \qquad (10)$$

$$\alpha_i = i/n,\ i=\overline{0,n}. \qquad (11)$$

Якщо має місце єдина ставка дисконтування, то аналізована модель набуває ще більш простого вигляду:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+r^{\alpha_i})^k} \to \min, \qquad (12)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+r^{\alpha_i})^k} \to \max, \qquad (13)$$

$$r^{\alpha_i} \in [\underline{r}^{\alpha_i}, \bar{r}^{\alpha_i}], \qquad (14)$$

$$\alpha_i = i/n,\ i=\overline{0,n}, \qquad (15)$$

де $\underline{r}^{\alpha_i}$, $\bar{r}^{\alpha_i}$ – відповідно мінімальне та максимальне значення для інтервалу в межах нечіткої оцінки ставки дисконтування грошових потоків інвестиційного проекту, який відповідає рівню належності α_i.

В частковій ситуації, коли $\forall k=\overline{1,T}$: $\operatorname{supp} \tilde{C}\tilde{F}_k \subset \Re^+ \cup \{0\}$, функція $NPV(CF_0,...,CF_T,r_1,...,r_T)$, $CF_k \in \operatorname{supp} \tilde{C}\tilde{F}_k$, $k=\overline{0,T}$, $r_s \in (0,+\infty)$, $s=\overline{1,T}$ монотонно не зростає за кожною дисконтною ставкою r_s, $s \in \{1,...,T\}$ на множині визначення за цим аргументом, якщо інші аргументи вважати фіксованими в межах множин (проміжків) їх можливих значень. Відповідно, знаходження оцінки чистої теперішньої вартості в цьому разі може бути зведене до аналітичних співвідношень [7, с. 126]:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+\overline{r}_s^{\alpha_i})}, \qquad (16)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+\underline{r}_s^{\alpha_i})}, \qquad (17)$$

$$\alpha_i = {}^{i}\!/\!_{n}, \; i = \overline{0,n}. \qquad (18)$$

Якщо в останній ситуації поряд з іншими припущеннями передбачається єдина оцінка ставки дисконтування для всіх розрахункових періодів, то відповідні аналітичні співвідношення для оцінювання чистої теперішньої вартості набувають вигляду [3, с. 72]:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^k}, \qquad (19)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\underline{r}^{\alpha_i})^k}, \qquad (20)$$

$$\alpha_i = {}^{i}\!/\!_{n}, \; i = \overline{0,n}. \qquad (21)$$

Більш поширеними є змішані випадки, які в межах інтервального за рівнями належності розбиття нечітких оцінок грошових потоків інвестиційного проекту поєднують в собі різні часткові ситуації. З урахуванням наведеного вище, в цьому разі параметри чистої теперішньої вартості для окремого рівня належності α_i, $\alpha_i = {}^{i}\!/\!_{n}$, $i = \overline{0,n}$ можуть бути оцінені в комбінований спосіб:

1) якщо для цього рівня належності $\forall k = \overline{1,T}$: $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^+ \cup \{0\}$, то лівий кінець (точну нижню межу, мінімальне значення) інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ залежно від характеру дисконтної ставки слід визначати за допомогою співвідношення (16) або (19);
2) якщо для аналізованого рівня належності $\forall k = \overline{1,T}$: $\overline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^+ \cup \{0\}$, то правий кінець (точну верхню межу, максимальне значення) інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ залежно від характеру дисконтної ставки слід оцінювати на основі виразів (17) або (20);
3) якщо для розглядуваного рівня належності $\forall k = \overline{1,T}$: $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^- \cup \{0\}$, то оскільки функція $NPV(CF_0, ..., CF_T, r_1, ..., r_T)$, $CF_k \in \Re^- \cup \{0\}$, $k = \overline{1,T}$, $r_s \in (0, +\infty)$, $s = \overline{1,T}$ монотонно не спадає за кожною дисконтною ставкою r_s, $s \in \{1, ..., T\}$ на множині визначення за цим аргументом, якщо інші аргументи вважати фіксованими в межах множин (проміжків) їх можливих значень, знаходження лівого кінця інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ в цьому разі може бути здійснене за допомогою таких аналітичних співвідношень.

Для диференційованої за розрахунковими періодами дисконтної ставки:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+\underline{r}_s^{\alpha_i})}. \qquad (22)$$

Для єдиної дисконтної ставки:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\underline{r}^{\alpha_i})^k}; \qquad (23)$$

4) якщо для аналізованого рівня належності $\forall k = \overline{1,T}$: $\overline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^- \cup \{0\}$, то, виходячи з попереднього зауваження, правий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ в цьому разі може бути оцінений на основі таких виразів.

Для диференційованої за розрахунковими періодами дисконтної ставки:

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{\prod_{s=1}^{k}(1+\overline{r}_s^{\alpha_i})}. \qquad (24)$$

Для єдиної дисконтної ставки:

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^k}; \qquad (25)$$

5) якщо має місце ситуація, відмінна від ситуацій 1–4, то параметри інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ можуть бути визначені за допомогою оптимізаційних моделей (8–11) або (12–15), залежно від характеру дисконтної ставки.

Чуй-Юй Ч'ю та Чхан С. Пак [9] запропонували метод наближеного знаходження нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості, який являє собою аналітичне узагальнення наведеного вище пошуково-оптимізаційного підходу, поширюючи його розрахункові схеми для ситуацій 1–4 на можливі інші випадки (означені як ситуація 5), за рахунок чого зникає необхідність розв'язувати оптимізаційні задачі. Безпосередньо зміст цього методу репрезентують формули:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \left(\frac{\max(\underline{CF}_k^{\alpha_i}, 0)}{\prod_{s=1}^{k}(1+\overline{r}_s^{\alpha_i})} + \frac{\min(\underline{CF}_k^{\alpha_i}, 0)}{\prod_{s=1}^{k}(1+\underline{r}_s^{\alpha_i})} \right), \qquad (26)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \left(\frac{\max(\overline{CF}_k^{\alpha_i}, 0)}{\prod_{s=1}^{k}(1+\underline{r}_s^{\alpha_i})} + \frac{\min(\overline{CF}_k^{\alpha_i}, 0)}{\prod_{s=1}^{k}(1+\overline{r}_s^{\alpha_i})} \right), \qquad (27)$$

$$\alpha_i = {}^{i}\!/\!_{n}, \; i = \overline{0,n}. \qquad (28)$$

Очевидно, що в разі, коли має місце ситуація, відмінна від ситуацій 1–4 (згідно з прийнятою вище класифікацією), використання виразів (26–28) може супроводжуватися завищенням величини відповідних інтервалів достовірності. Водночас підхід Ч'ю-Пака користується популярністю серед фахівців. Зокрема, до нього систематично звертається у своїх роботах Дженгіз Кахраман [10–12], який є помітною фігурою в середовищі науковців, які спеціалізуються на проблематиці економічних застосувань нечітко-множинної методології.

Проведений огляд, з одного боку, впевнює у сформованості інструментарію для нечітко-множинного оцінювання показника чистої теперішньої вартості, а з другого боку, показує орієнтири для його можливого розвитку. Як вже було зазначено раніше, інтерес становить розширення діапазону ситуацій стосовно вихідних даних для елементів (параметрів) нечіткої оцінки цього показника, які в межах загального пошуково-оптимізаційного підходу припускають можливість безпосереднього знаходження розв'язків на основі аналітичних співвідношень.

В цьому контексті пропонується розглянути та реалізувати аналітико-оптимізаційний потенціал стосовно досліджуваної проблеми для ситуацій грошових потоків інвестиційного проекту, які припускають інтерпретацію з позиції концепції породжуючої грошової операції вкладу, сформульованої О. Б. Ложкіним [13].

Нехай послідовність детермінованих оцінок грошових потоків інвестиційного проекту CF_k^*, $k=\overline{0,T}$, $CF_0^*<0$ може бути проінтерпретована в межах концепції породжуючої грошової операції вкладу. Формально це означає, що розв'язок відносно параметра r системи нерівностей

$$\begin{cases} \dfrac{CF_1^*}{(1+r)^1}+\dfrac{CF_2^*}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{CF_T^*}{(1+r)^T}>0 \\ \dfrac{CF_2^*}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{CF_T^*}{(1+r)^T}>0 \\ \ldots \\ \dfrac{CF_T^*}{(1+r)^T}>0 \\ r>0 \end{cases} \qquad (29)$$

є непустим. Згідно з [14] він являє собою проміжок виду: $(0,a^*)$, $a^*\in(0,+\infty)\cup\{+\infty\}$. При цьому функція

$$NPV(CF_0^*,\ldots,CF_T^*,r)=\sum_{k=0}^{T}\frac{CF_k^*}{(1+r)^k} \qquad (30)$$

за параметром r на цьому проміжку є строго спадною.

Неважко бачити, що, в разі виконання для деякого значення $r>0$ системи нерівностей (29), серед оцінок CF_k^*, $k=\overline{1,T-1}$ поряд із додатними можуть бути також і від'ємні значення, тобто грошові потоки такого проекту можуть змінювати свій знак більше одного разу.

В контексті концепції породжуючої грошової операції вкладу система нерівностей (29) виражає вимогу додатного значення величини активів для віртуального альтернативного вкладення коштів, за допомогою якого інтерпретуються грошові потоки аналізованого інвестиційного проекту. Відповідно до цього скорочено називатимемо цю систему умовою додатності активів.

Задамо тепер послідовність детермінованих оцінок грошових потоків CF_k^{**}, $k=\overline{0,T}$, поклавши, що $\forall k=\overline{1,T}$: $CF_k^*\le CF_k^{**}$. Очевидно, що для неї, в разі наявності непустого розв'язку для системи (29), умова додатності активів, тобто система нерівностей

$$\begin{cases} \dfrac{CF_1^{**}}{(1+r)^1}+\dfrac{CF_2^{**}}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{CF_T^{**}}{(1+r)^T}>0 \\ \dfrac{CF_2^{**}}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{CF_T^{**}}{(1+r)^T}>0 \\ \ldots \\ \dfrac{CF_T^{**}}{(1+r)^T}>0 \\ r>0 \end{cases}, \qquad (31)$$

також має непустий розв'язок відносно параметра r. Зазначений розв'язок задається проміжком виду $(0,a^{**})$, $a^{**}\in(0,+\infty)\cup\{+\infty\}$. При цьому $a^*\le a^{**}$, тобто $(0,a^*)\subseteq(0,a^{**})$. Функція

$$NPV(CF_0^{**},\ldots,CF_T^{**},r)=\sum_{k=0}^{T}\frac{CF_k^{**}}{(1+r)^k} \qquad (32)$$

за параметром r на проміжку $(0,a^{**})$ строго спадає.

Розглянемо тепер ситуацію, коли грошові потоки інвестиційного проекту моделюються нечіткими оцінками $\tilde{\tilde{CF}}_k$, $k=\overline{0,T}$. Нехай, додатково до припущень щодо їх структури, оговорених на початку публікації, для кожного рівня належності α_i, $\alpha_i=i/n$ елементи $\underline{CF}_k^{\alpha_i}$, $\overline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k=\overline{1,T}$, $i=\overline{0,n}$ передбачають справедливість умови додатності активів. Це означає, що системи нерівностей

$$\begin{cases} \dfrac{\underline{CF}_1^{\alpha_i}}{(1+r)^1}+\dfrac{\underline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+r)^T}>0 \\ \dfrac{\underline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+r)^T}>0 \\ \ldots \\ \dfrac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+r)^T}>0 \\ r>0 \end{cases} \qquad (33)$$

та

$$\begin{cases} \dfrac{\overline{CF}_1^{\alpha_i}}{(1+r)^1}+\dfrac{\overline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+r)^T}>0 \\ \dfrac{\overline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+r)^2}+\ldots+\dfrac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+r)^T}>0 \\ \ldots \\ \dfrac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+r)^T}>0 \\ r>0 \end{cases}, \qquad (34)$$

$$\alpha_i=i/n,\ i=\overline{0,n} \qquad (35)$$

мають непусті розв'язки відносно параметра r, відповідно проміжки $(0,a_*^{\alpha_i})$, $a_*^{\alpha_i}\in(0,+\infty)\cup\{+\infty\}$ та $(0,a_{**}^{\alpha_i})$, $a_{**}^{\alpha_i}\in(0,+\infty)\cup\{+\infty\}$, $\alpha_i=i/n$, $i=\overline{0,n}$. При цьому $\forall\{\alpha_i^*,\alpha_i^{**}\}\subset\{\alpha_i\,|\,\alpha_i=i/n, i=\overline{0,n}\}$: $\alpha_i^*<\alpha_i^{**}$ $\Rightarrow$ $(0,a_*^{\alpha_i^*})\subseteq(0,a_*^{\alpha_i^{**}})\subseteq(0,a_{**}^{\alpha_i^{**}})\subseteq(0,a_{**}^{\alpha_i^*})$.

Очевидно, що достатньою умовою для існування непустих розв'язків для всіх систем нерівностей (33–35) є наявність непустого розв'язку для системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{CF_1^0}{(1+r)^1}+\frac{CF_2^0}{(1+r)^2}+...+\frac{CF_T^0}{(1+r)^T}>0 \\ \frac{CF_2^0}{(1+r)^2}+...+\frac{CF_T^0}{(1+r)^T}>0 \\ \dots \\ \frac{CF_T^0}{(1+r)^T}>0 \\ r>0 \end{cases}. \quad (36)$$

Таким чином, якщо грошові потоки інвестиційного проекту описуються нечіткими оцінками $\tilde{CF}_k$, $k=\overline{0,T}$, для яких справедливі базові припущення, прийняті на початку роботи, і для яких система нерівностей (36) має непустий розв'язок відносно параметра r: $(0, a_*^0)$, $a_*^0 \in (0,+\infty)\cup\{+\infty\}$, то в цьому разі за умови використання єдиної дисконтної ставки оцінювання показника чистої теперішньої вартості може бути здійснене на основі аналітичних виразів:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T}\frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^k}, \quad (37)$$

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T}\frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\underline{r}^{\alpha_i})^k} \quad (38)$$

$$\alpha_i = i/n,\ i=\overline{0,n}. \quad (39)$$

В межах використання співвідношень (37–39) також припускається, що $\overline{r}^0 \le a_*^0$.

Наведені результати дозволяють розвинути загальний пошуково-оптимізаційний підхід до знаходження нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості шляхом включення до його аналітичної складової ситуацій, які можуть бути проінтерпретовані з позиції концепції породжуючої грошової операції вкладу.

Отже, з урахуванням закономірностей для послідовностей грошових потоків, які припускають інтерпретацію в межах концепції породжуючої грошової операції вкладу, в разі використання єдиної ставки дисконтування можна запропонувати таку схему нечітко-множинного оцінювання чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту, згідно з якою для окремого рівня належності α_i, $\alpha_i = i/n$, $i=\overline{0,n}$ елементи (параметри) зазначеного показника слід оцінювати в такий спосіб:

1) якщо $\forall k=\overline{1,T}$: $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^+ \cup \{0\}$, то лівий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ потрібно визначати за допомогою співвідношення:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T}\frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^k}; \quad (40)$$

2) якщо умова попереднього пункту не виконується, але при цьому для параметрів $\underline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k=\overline{1,T}$, $\overline{r}^{\alpha_i}>0$ справедлива система нерівностей:

$$\begin{cases} \underline{CF}_1^{\alpha_i} + \frac{\underline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1}+...+\frac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-1}}>0 \\ \underline{CF}_2^{\alpha_i} + \frac{\underline{CF}_3^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1}+...+\frac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-2}}>0 \\ ... \\ \underline{CF}_T^{\alpha_i}>0 \end{cases}, \quad (41)$$

то лівий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ може бути знайдений також на основі формули (40);

3) якщо $\forall k=\overline{1,T}$: $\overline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^+ \cup \{0\}$, то правий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ слід оцінювати за допомогою виразу:

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T}\frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\underline{r}^{\alpha_i})^k}; \quad (42)$$

4) якщо умова попереднього пункту не виконується, але при цьому для параметрів $\overline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k=\overline{1,T}$, $\overline{r}^{\alpha_i}>0$ справедлива система нерівностей:

$$\begin{cases} \overline{CF}_1^{\alpha_i} + \frac{\overline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1}+...+\frac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-1}}>0 \\ \overline{CF}_2^{\alpha_i} + \frac{\overline{CF}_3^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1}+...+\frac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-2}}>0 \\ ... \\ \overline{CF}_T^{\alpha_i}>0 \end{cases}, \quad (43)$$

то правий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ може бути визначений також на основі формули (42);

5) якщо $\forall k=\overline{1,T}$: $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^- \cup \{0\}$, то знаходження лівого кінця інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ в цьому разі може бути здійснене за допомогою аналітичного співвідношення:

$$\underline{NPV}^{\alpha_i} = \underline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T}\frac{\underline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\underline{r}^{\alpha_i})^k}; \quad (44)$$

6) якщо умова попереднього пункту не виконується, але при цьому для параметрів $\underline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k=\overline{1,T}$, $\overline{r}^{\alpha_i}>0$ справедлива система нерівностей:

$$\begin{cases} \underline{CF}_1^{\alpha_i} + \frac{\underline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1}+...+\frac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-1}}<0 \\ \underline{CF}_2^{\alpha_i} + \frac{\underline{CF}_3^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1}+...+\frac{\underline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-2}}<0 \\ ... \\ \underline{CF}_T^{\alpha_i}<0 \end{cases}, \quad (45)$$

то лівий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ може бути визначений також на основі виразу (44);

7) якщо $\forall k=\overline{1,T}$: $\overline{CF}_k^{\alpha_i} \in \Re^- \cup \{0\}$, то знаходження правого кінця інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ в цьому разі може бути здійснене за допомогою аналітичного співвідношення:

$$\overline{NPV}^{\alpha_i} = \overline{CF}_0^{\alpha_i} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\overline{CF}_k^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^k}; \quad (46)$$

8) якщо умова попереднього пункту не виконується, але при цьому для параметрів $\overline{CF}_k^{\alpha_i}$, $k=\overline{1,T}$, $\overline{r}^{\alpha_i} > 0$ справедлива система нерівностей:

$$\begin{cases} \overline{CF}_1^{\alpha_i} + \frac{\overline{CF}_2^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1} + \ldots + \frac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-1}} < 0 \\ \overline{CF}_2^{\alpha_i} + \frac{\overline{CF}_3^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^1} + \ldots + \frac{\overline{CF}_T^{\alpha_i}}{(1+\overline{r}^{\alpha_i})^{T-2}} < 0, \\ \ldots \\ \overline{CF}_T^{\alpha_i} < 0 \end{cases} \quad (47)$$

то правий кінець інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ може бути визначений також на основі формули (46);

9) якщо має місце ситуація, відмінна від ситуацій 1–8, то параметри інтервалу $[\underline{NPV}^{\alpha_i}, \overline{NPV}^{\alpha_i}]$ можуть бути знайдені в результаті розв'язання оптимізаційної моделі (12–15).

Зрозуміло, що спектр ситуацій, які припускають можливість майже безпосереднього, тобто в декілька кроків, визначення параметра або параметрів нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості, може бути розширений.

Нерідко інвестиційна фаза реальних інвестицій може тривати протягом декількох розрахункових періодів. Якщо при цьому виходити з невід'ємних грошових потоків під час експлуатаційної фази та єдиної ставки дисконтування, то найменше і найбільше значення показника чистої теперішньої вартості на деякому інтервалі зміни дисконтної ставки в багатьох випадках може бути знайдене шляхом нескладної аналітико-розрахункової процедури.

Нехай для грошових потоків інвестиційного проекту CF_k, $k=\overline{0,T}$ виконується таке: $CF_0 < 0$; $\forall k \in \{1, ..., k^* - 1\}$: $CF_k \le 0$; $CF_{k^*} > 0$; $\forall k \in \{k^* + 1, ..., T\}$: $CF_k \ge 0$, де $k^* \in \{2, ..., T\}$. Тобто в послідовності грошових потоків має місце одна зміна знака (нульові значення при підрахунку зміни знака не враховуються).

Тоді згідно з теоремою Декарта рівняння $NPV'(r) = 0$ або не має додатних розв'язків, або має один додатний розв'язок. Враховуючи диференційованість функції $NPV(r)$ на множині $\mathfrak{R}^+$, згідно з теоремою Ферма, якщо на деякому проміжку $(\underline{r}, \overline{r}) \in \mathfrak{R}^+$ при значенні дисконтної ставки r^* досягається найбільше (максимальне), або найменше (мінімальне) значення показника NPV, тобто $NPV(r^*) = \max\limits_{r \in (\underline{r}, r)} NPV(r)$, або $NPV(r^*) = \min\limits_{r \in (\underline{r}, r)} NPV(r)$, то $NPV'(r^*) = 0$. Відповідно, на довільному проміжку $(\underline{r}, \overline{r}) \in \mathfrak{R}^+$ функція (графік функції) $NPV(r)$ може або містити одну точку, в якій досягає найбільшого значення, і при цьому не мати точки з найменшим значенням, або містити одну точку, в якій досягає найменшого значення, і при цьому не мати точки з найбільшим значенням, або ж взагалі не набувати на цьому проміжку ані найбільшого, ані найменшого значення.

Виходячи з наведених закономірностей, в разі, коли послідовність грошових потоків інвестиційного проекту підпорядковується зазначеній вище умові, можна запропонувати таку схему визначення найбільшого та найменшого значення показника NPV на деякому інтервалі значень дисконтної ставки $[\underline{r}, \overline{r}] \in \mathfrak{R}^+$.

1. $NPV'(\underline{r}) < 0$ і $NPV'(\overline{r}) < 0$, або $NPV'(\underline{r}) = 0$ і $NPV'(\overline{r}) < 0$, або $NPV'(\underline{r}) < 0$ і $NPV'(\overline{r}) = 0$ – функція $NPV(r)$ строго спадає на інтервалі $[\underline{r}, \overline{r}]$. Звідси $\max\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r) = NPV(\underline{r})$, $\min\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r) = NPV(\overline{r})$.
2. $NPV'(\underline{r}) > 0$ і $NPV'(\overline{r}) > 0$, або $NPV'(\underline{r}) = 0$ і $NPV'(\overline{r}) > 0$, або $NPV'(\underline{r}) > 0$ і $NPV'(\overline{r}) = 0$ – функція $NPV(r)$ строго зростає на інтервалі $[\underline{r}, \overline{r}]$. Звідси $\max\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r) = NPV(\overline{r})$, $\min\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r) = NPV(\underline{r})$.
3. $NPV'(\underline{r}) < 0$, $NPV'(\overline{r}) > 0$ – $\exists! r^* \in (\underline{r}, \overline{r})$: $NPV'(r^*) = 0$. На проміжку $(\underline{r}, r^*)$ функція $NPV(r)$ строго спадає, на проміжку $(r^*, \overline{r})$ – строго зростає, в точці r^* – набуває найменшого значення ($NPV(r^*) = \min\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r)$), в одній з точок – $\underline{r}$, або $\overline{r}$ набуває найбільшого значення ($\max\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r) = \max\{NPV(\underline{r}), NPV(\overline{r})\}$).
4. $NPV'(\underline{r}) > 0$, $NPV'(\overline{r}) < 0$ – $\exists! r^* \in (\underline{r}, \overline{r})$: $NPV'(r^*) = 0$. На проміжку $(\underline{r}, r^*)$ функція $NPV(r)$ строго зростає, на проміжку $(r^*, \overline{r})$ – строго спадає, в точці r^* – набуває найбільшого значення ($NPV(r^*) = \max\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r)$), в одній з точок – $\underline{r}$, або $\overline{r}$ набуває найменшого значення ($\min\limits_{r \in [\underline{r}, r]} NPV(r) = \min\{NPV(\underline{r}), NPV(\overline{r})\}$).

В ситуаціях 3 і 4 в межах визначення відповідно найменшого та найбільшого значення функції $NPV(r)$ на інтервалі $[\underline{r}, \overline{r}]$ постає завдання вирішення рівняння $NPV'(r^*) = 0$. В загальному випадку наближене, із необхідним ступенем точності, знаходження його розв'язку передбачає звернення до відповідних чисельних методів.

Використання викладеної аналітико-розрахункової схеми дозволяє розвинути загальну модель нечіткомножинного оцінювання показника чистої теперішньої вартості. Тобто, якщо для деякого рівня належності α_i, $\alpha_i \in \{i/n \mid i = \overline{0,n}\}$ послідовність, скажімо, мінімальних значень грошових потоків $\underline{CF}_0^{\alpha_i}$, $k = \overline{0,T}$ підпорядковується умові: $\underline{CF}_0^{\alpha_i} < 0$; $\forall k \in \{1, ..., k^* - 1\}$: $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \le 0$; $\underline{CF}_{k^*}^{\alpha_i} > 0$;

$\forall k \in \{k^* + 1, ..., T\}$: $\underline{CF}_k^{\alpha_i} \geq 0$, де $k^* \in \{2, ..., T\}$, то параметр $\underline{NPV}^{\alpha_i}$ може бути знайдений за її допомогою. Аналогічне стосується параметра $\overline{NPV}^{\alpha_i}$, якщо відповідна умова виконується для послідовності елементів $\overline{CF}_0^{\alpha_i}$, $k = \overline{0, T}$.

Висновки. Результати проведеного дослідження свідчать, що в разі, коли вихідні параметри інвестиційного проекту моделюються нечіткими оцінками, задача оцінювання чистої теперішньої вартості, з одного боку, не містить якихось принципових або непереборних труднощів, а з другого боку, наявний на сьогодні методичний апарат для її розв'язання припускає свій розвиток. В цьому контексті в роботі було проаналізовано ситуацію і запропоновано відповідну розрахункову модель, коли нечіткі оцінки грошових потоків інвестиційного проекту можуть бути проінтерпретовані з позиції концепції породжуючої грошової операції вкладу. Окрім іншого, це дозволило розвинути загальну схему знаходження нечіткої оцінки чистої теперішньої вартості, доповнивши її ситуацією зазначеної концепції.

На завершення доцільно також зауважити, що актуальним напрямом подальших наукових розвідок за порушеною в публікації проблематикою є формування цілісної методології оцінювання ефективності реальних інвестицій, яка б надавала можливість із єдиних теоретичних позицій аналізувати й одержувати варіанти рішень для різних в інформаційному аспекті ситуацій інвестиційного проектування, обтяжених різними за своєю природою і структурними характеристиками видами невизначеності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бочарников В. П. Fuzzy-технология: математические основы. Практика моделирования в экономике. СПб.: Наука, 2001. 328 с.

2. Дилигенский Н. В., Дымова Л. Г., Севастьянов П. В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. М.: Изд-во «Машиностроение – 1», 2004. 397 с.

3. Недосекин А. О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. СПб.: Типография «Сезам», 2002. 181 с.

4. Птускин А. С. Нечеткие модели и методы в менеджменте: учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 216 с.

5. Зайченко Ю. П. Исследование операций: Нечеткая оптимизация: учеб. пособие. Киев: Выща шк., 1991. 191 с.

6. Чернов В. Г. Модели поддержки принятия решений в инвестиционной деятельности на основе аппарата нечетких множеств. М.: Горячая линия-Телеком, 2007.312 с.

7. Деревянко П. М. Модели и методы принятия стратегических решений по распределению реальных инвестиций предприятия с применением теории нечетких множеств: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13. Санкт-Петербург, 2006. 224 с.

8. Яхъяева Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети: учеб. пособие. М.: ИНТУИТ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 316 с.

9. Chiu C. Y., Park C. S. Fuzzy Cash Flow Analysis Using Present Worth Criterion. *The Engineering Economist*. 1994. Vol. 39, № 2. P. 113–138.

10. Kahraman C., Ruan D., Tolga E. Capital budgeting techniques using discounted fuzzy versus probabilistic cash flows. *Information Sciences*. 2002. № 142. P. 57–76.

11. Kahraman C., Beskese A., Ruan D. Measuring flexibility of computer integrated manufacturing systems using fuzzy cash flow analysis. *Information Sciences*. 2004. № 168. P. 77–94.

12. Kahraman C., Gülbay M., Ulukan Z. Applications of Fuzzy Capital Budgeting Techniques // Fuzzy Applications in Industrial Engineering. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006. XIV, 598 p. (Series "Studies in Fuzziness and Soft Computing", Vol. 201). P. 177–203.

13. Ложкин О. Б. Фундаментальные основы анализа денежных потоков долгосрочных вложений. *Аудит и финансовый анализ*. 2006. № 5. С. 218–309.

14. Коцюба О. С. Властивості показника економічного прибутку інвестиційного проекту в контексті фундаментальної теорії. 2010. URL: http://www.economy.nayka.com.ua/index.php?operation=1&iid=370

REFERENCES

Bocharnikov, V. P. *Fuzzy-tekhnologiya: matematicheskiye osnovy. Praktika modelirovaniya v ekonomike* [Fuzzy-technology: mathematical foundations. The practice of modelling in Economics]. St. Petersburg: Nauka, 2001.

Chernov, V. G. *Modeli podderzhki prinyatiya resheniy v investitsionnoy deyatelnosti na osnove apparata nechetkikh mnozhestv* [Model of decision support in the investment activity on the basis of fuzzy sets]. Moscow: Goriachaya liniya-Telekom, 2007.

Chiu, C. Y., and Park, C. S. "Fuzzy Cash Flow Analysis Using Present Worth Criterion"*The Engineering Economist* vol. 39, no. 2 (1994): 113-138.

Derevyanko, P. M. "Modeli i metody prinyatiya strategicheskikh resheniy po raspredeleniyu realnykh investitsiy predpriyatiya s primeneniyem teorii nechetkikh mnozhestv" [Models and methods of strategic decision-making on the distribution of real investments of the enterprise with use of fuzzy set theory]. *dis. ... kand. ekon. nauk: 08.00.13*, 2006.

Kahraman, C., Ruan, D., and Tolga, E. "Capital budgeting techniques using discounted fuzzy versus probabilistic cash flows "*Information Sciences*, no. 142 (2002): 57-76.

Kahraman, C., Beskese, A., and Ruan, D. "Measuring flexibility of computer integrated manufacturing systems using fuzzy cash flow analysis"*Information Sciences*, no. 168 (2004): 77-94.

Kahraman, C., Gulbay, M., and Ulukan, Z. "Applications of Fuzzy Capital Budgeting Techniques" In *Fuzzy Applications in Industrial Engineering*, 177-203. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006.

Kotsyuba, O. S. "Vlastyvosti pokaznyka ekonomichnoho prybutku investytsiinoho proektu v konteksti fundamentalnoi teorii" [The properties of the indicator of economic profit of the investment project in the context of a fundamental theory]. http://www.economy.nayka.com.ua/index.php?operation=1&iid=370

Lozhkin, O. B. "Fundamentalnyye osnovy analiza denezhnykh potokov dolgosrochnykh vlozheniy" [The fundamentals of cash flow analysis long-term investments]. *Audit i finansovyy analiz*, no. 5 (2006): 218-309.

Nedosekin, A. O. *Nechetko-mnozhestvennyy analiz riska fondovykh investitsiy* [Fuzzy multiple risk analysis of stock investment]. St. Petersburg: Sezam, 2002.

Ptuskin, A. S. *Nechetkiye modeli i metody v menedzhmente* [Fuzzy models and methods in management]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana, 2008.

Yakhyayeva, G. E. *Nechetkiye mnozhestva i neyronnyye seti* [Fuzzy sets and neural networks]. Moscow: INTUIT; BINOM; Laboratoriya znaniy, 2006.

Zaychenko, Yu. P. *Issledovaniye operatsiy: Nechetkaya optimizatsiya* [Operations research: Fuzzy optimization]. Kyiv: Vyshcha shkola, 1991.