

Шерстенников Ю. В.

**МОДЕЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВЗАЄМОДІЇ МАЛОГО ТА ВЕЛИКОГО ПІДПРИЄМСТВ**

Визначною рисою малого підприємства (МП) є його безінерційність, тобто здатність швидко адаптуватися під кон'юнктуру ринку й переходити на випуск нової продукції. Ця особливість МП робить його привабливим партнером для великого підприємства (ВП). Світовий досвід доводить, що різні форми інтеграції МП між собою, а також із ВП, які складаються в сучасних умовах ведення бізнесу, виявляються досить ефективними. Метою статті є розробка комплексу економіко-математичних моделей, які дозволяють досліджувати взаємоузгоджену виробничу діяльність ВП і МП в рамках таких форм кооперації, як франчайзинг, аутсорсинг, кластер, і виконувати проектне планування спільної роботи підприємств. Розглядаючи різні форми кооперації як вертикально інтегровані системи, в статті розроблений комплекс економіко-математичних моделей та запропоновані методики оптимального проектного планування спільної роботи підприємств. Виконані розрахунки доводять ефективність застосування таких форм інтеграції як франчайзинг, аутсорсинг, кластер при веденні малого і великого бізнесу в ринкових умовах.

Ключові слова: вертикальна інтеграція, кластер, франчайзинг, аутсорсинг, проектне планування

Рис.: 11. Табл.: 2. Формул.: 15. Бібл.: 8.

**Шерстенников Юрій Всеволодович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент, кафедра економічної кібернетики, Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара (вул. Наукова, 13, Дніпропетровськ, 49050, Україна)

Email: hm001@ukr.net

УДК 330.45:334.012.64

Шерстенников Ю. В.

**МОДЕЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАЛОГО И БОЛЬШОГО ПРЕДПРИЯТИЙ**

Определяющей чертой малого предприятия (МП) есть его безинерционность, то есть способность быстро адаптироваться под конъюнктуру рынка и переходить на выпуск новой продукции. Эта особенность МП делает его привлекательным партнером для большого предприятия (БП). Мировой опыт доказывает, что разные формы интеграции МП между собой, а также с БП, которые складываются в современных условиях ведения бизнеса, оказываются эффективными. Целью статьи является разработка комплекса экономико-математических моделей, которые позволяют исследовать взаимосогласованную производственную деятельность БП и МП в рамках таких форм кооперации, как франчайзинг, аутсорсинг, кластер, и выполнять проектное планирование общей работы предприятий. Рассматривая разные формы кооперации как вертикально интегрированные системы, в статье разработан комплекс экономико-математических моделей и предложены методики оптимального проектного планирования общей работы предприятий. Выполненные расчеты доказывают эффективность применения таких форм интеграции как франчайзинг, аутсорсинг, кластер при ведении малого и большого бизнеса в рыночных условиях.

Ключевые слова: вертикальная интеграция, кластер, франчайзинг, аутсорсинг, проектное планирование

Рис.: 11. Табл.: 2. Формул.: 15. Библ.: 8.

**Шерстенников Юрій Всеволодович** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент, кафедра экономической кибернетики, Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара (ул. Научная, 13, Днепропетровск, 49050, Украина)

Email: hm001@ukr.net

UDC 3330.45:334.012.64 330.45:334.012.64

Sherstennikov Y. V.

**MODEL OPTIMISATION OF INTERACTION OF SMALL AND LARGE ENTERPRISES**

The determining feature of a small enterprise (SE) is absence of its inertia, in other words, its ability to quickly adapt to the market situation and pass to output of new products. This feature makes a SE an attractive partner for a large enterprise (LE). The world experience proves that different forms of integration of SE between themselves, and also with LE, which are established under modern conditions of doing business, are efficient. The goal of the article is to develop a set of economic and mathematical models, which allow studying interconsistent production activity of LE and SE within such forms of co-operation as franchise, outsourcing and cluster and perform project planning of joint operation of enterprises. While considering different forms of co-operation as vertically integrated systems, the article develops a set of economic and mathematical models and offers methods of optimal project planning of joint activity of enterprises. The conducted calculations prove effectiveness of application of such forms of integration as franchise, outsourcing and cluster when conducting small and large businesses in market conditions.

Key words: vertical integration, cluster, franchise, outsourcing, project planning

Pic.: 11. Tabl.: 2. Formulae: 15. Bibl.: 8.

**Sherstennikov Yuriy V.** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor, Department of Economic Cybernetics, Dnipropetrovsk National University named after Oles Gonchar (vul. Naukova, 13, Dnipropetrovsk, 49050, Ukraine)

Email: hm001@ukr.net

**Постановка проблеми.** Визначною рисою малого підприємства (МП) є його безінерційність, тобто здатність швидко адаптуватися під кон'юнктуру ринку й переходити на випуск нової продукції. Ця особливість МП робить його привабливим партнером для великого підприємства. Великому підприємству (ВП) для забезпечення своєї діяльності найчастіше необхідна деяка дрібносерійна продукція, яку самому підприємству виробляти не вигідно. У цьому ви-

падку ВП віддає перевагу розміщенню замовлення на МП. Такий вид співробітництва приводить до певної кооперації ВП і МП. При цьому для МП виникає необхідність узгоджувати обсяги свого виробництва з потребами ВП. Оскільки рішення треба приймати в ході поточної діяльності підприємств, то це завдання приводить до потреби створення динамічних моделей планування розвитку взаємодіючих МП і ВП.

**Аналіз основних досліджень та публікацій.** Проблемам дослідження розвитку МП, зокрема, висвітленню потенціалу їх взаємодії з ВП та між собою, присвятили свої праці багато науковців, серед яких – І. О. Бондар [1], З. С. Варналій [2], Ю. Ф. Гудзь [4], Н. Е. Егорова [5], О. І. Пушкар [6], та багато інших. В роботах цих авторів запропоновані змістовні методологічні підходи та закладені принципи економіко-математичного моделювання процесів взаємодії МП з оточуючим середовищем. У роботі [5] розроблена методика визначення умов, за яких виникає синергетичний ефект від взаємодії МП і ВП, що робить співпрацю підприємств економічно обґрунтованою.

**Невирішені раніше частини загальної проблеми.** Невирішеною залишається проблема створення економіко-математичної моделі взаємодії МП і ВП в процесі їх поточної діяльності по виконанню спільного проекту. Завдання цієї моделі – узгодження виробничої діяльності МП і ВП як на етапі планування так і на етапі реалізації проекту за умов чіткого дотримання договірних обов'язків.

**Метою роботи** є розробка комплексу економіко-математичних моделей, які дозволяють досліджувати взаємоузгоджену виробничу діяльність ВП і МП в рамках таких форм кооперації як франчайзинг, аутсорсинг, кластер і виконувати проектне планування спільної роботи підприємств.

**Основні результати дослідження.** Світовий досвід доводить, що різні форми інтеграції МП між собою, а також з ВП, які складаються в сучасних умовах ведення бізнесу виявляються досить ефективними. При цьому інтеграційна структура має стійкий характер, якщо економічний результат її діяльності значно перевершує економічний результат одноосібної дії кожного з учасників процесу.

В даній роботі досліджуються найбільш поширені організаційно-економічні інтеграційні моделі: франчайзинг, аутсорсинг та на інтеграція МП у рамках кластерних об'єднань. Ми не будемо вдаватись до детального аналізу цих форм інтеграції, оскільки він представлений, наприклад, в роботі [4]. Тому ми зосередимось лише на тих особливостях зазначених форм інтеграції, які будуть використовуватись при створенні відповідних моделей. В роботі [8]

запропонований загальний підхід до моделювання роботи вертикально інтегрованих систем. В даній статті ці принципи покладені в основу моделювання таких форми взаємодії підприємств як франчайзинг, аутсорсинг та кластери. В тому разі коли мова йде про загальні властивості всіх трьох типів взаємодії підприємств, будемо використовувати термін «виробниче об'єднання» (ВО).

Франчайзинг – це така форма організації бізнесу, при якій велика компанія передає малому підприємству право на проведення й продаж продукту (послуг) цієї компанії. Велика компанія одержує вигоди у формі розширення ринків збуту, зміцнення своїх конкурентних позицій, одержання додаткового доходу (продаж спеціальних послуг, роялті). Малі підприємства одержують відчутну допомогу, яка проявляється в можливості почати власну справу в перевірній ринковій ніші, отриманні технології виробництва, навчанні персоналу, консалтингу, економії на поставках сировини, матеріалів, обладнання, можливості просування товару під торговельною маркою великої фірми, економії на здійсненні заходів щодо стимулювання збуту (у т. ч. на рекламі) і ін.

Така форма взаємодії як франчайзинг може охоплювати багато різних аспектів діяльності підприємств. Можливий зміст такої взаємодії показаний на рис. 1. Стрілками показані потоки. Це можуть бути матеріальні потоки, фінансові, або інформаційні.

Аутсорсинг – означає запозичення ресурсів ззовні. Цей же термін можна трактувати як спосіб оптимізації діяльності підприємства за рахунок зосередження зусиль на основному предметі діяльності та передачі непрофільних функцій і корпоративних ролей зовнішнім спеціалізованим організаціям [4]. Для ВП використання аутсорсингу звільняє його від вимушеного створення своїх власних внутрішніх служб і підрозділів, які вимагають великих фінансових витрат і відповідного кадрового забезпечення.

Переваги аутсорсинг для МП полягають в тому, що при такій формі виробничої діяльності МП одержує гарантоване замовлення на виробництво комплектуючих виробів або нову технічну розробку. При створенні моделі аутсорсингу будемо виходити із схеми, що наведена на рис. 2.

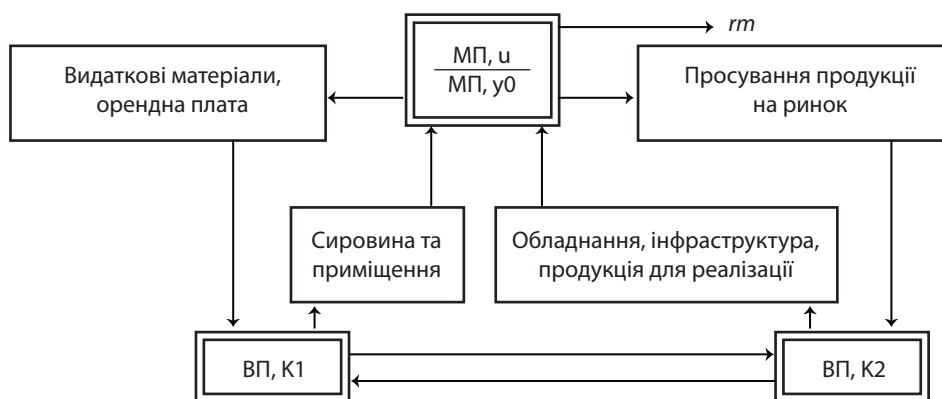


Рис. 1. Схема взаємодії ВП й МП у рамках франчайзингу

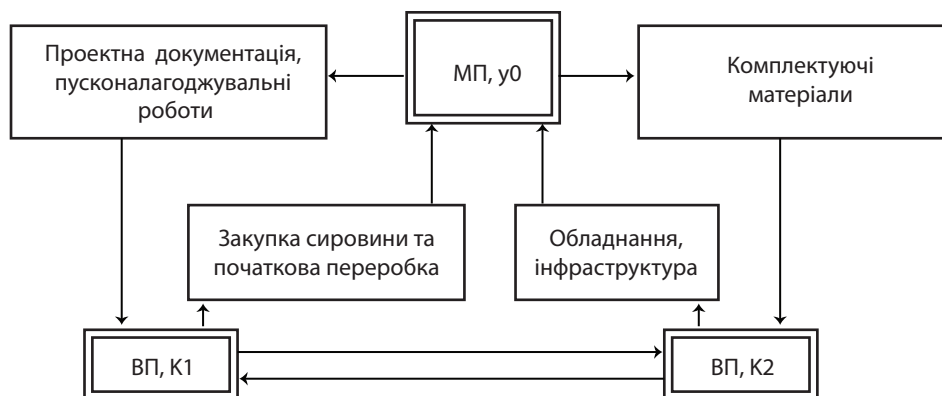


Рис. 2. Схема взаємодії ВП й МП у рамках аутсорсингу

Зауважимо, що на рис. 1 і 2 подані лише деякі можливі форми взаємодії ВП і МП. При цьому ВП умовно розділене на дві групи виробництв з виробничими фондами відповідно  $K1$  і  $K2$ . Цей розподіл зроблений за критерієм характеру взаємодії різних підрозділів ВП з МП. Вважаємо, що груп виробництв, які суттєво різним способом взаємодіють з МП є дві, хоча в загальному випадку їх може бути більше (або менше). При математичному описі франчайзингу виробничі фонди МП також будемо поділяти на дві частини (рис. 1), щоб мати можливість урахувати відносно незалежну діяльність МП на зовнішньому ринку. При описі аутсорсингу враховуємо тільки ту частину фондів МП, яка безпосередньо задіяна в інтеграційній структурі.

Кластери – структури, що побудовані на співпраці підприємств, фінансово-кредитних установ, навчальних закладів тощо. Формування кластерооб'єднаних підприємств надає можливість прискорювати розвиток, забезпечувати необхідними коштами інноваційні проекти, нові стратегії, сприяє вільному обміну інформацією [4]. На рис. 3 наведена одна з найбільш поширених форм кластерної структури. Блоком МРТ позначена мережа роздрібної торгівлі (МРТ). Рис. 3 відповідає ситуації, коли фірма виробник передає свою продукцію збутовій фірмі на реалізацію. Взагалі-то кластер утворюється, як правило, при взаємодії збутової фірми з багатьма невеликими фірмами виробниками. Така ситуація характерна для роботи с/г МП.

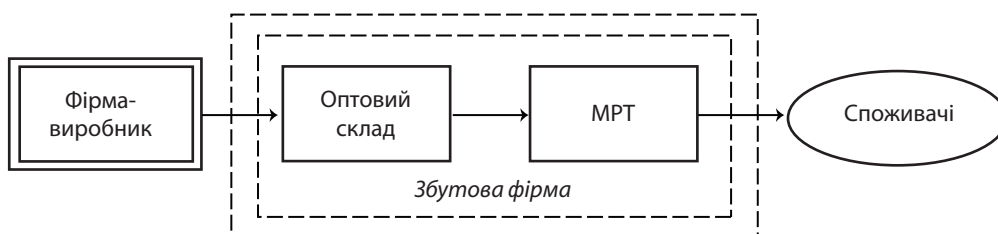


Рис. 3. Схема взаємодії ВП й МП у рамках виробничо-збутового кластеру

Завдання проектного планування спільної роботи ВП і МП полягає в наступному. Нехай на початку нового проекту МП і ВП мають певні основні виробничі фонди (ОВФ) і відповідні виробничі потужності. Ринкові ціни на продукцію МП і ВП є екзогенними параметрами –  $pm, pv$ . Задача планування формулюється наступним чином. Маркетинговими дослідженнями встановлено, що в плановому періоді очікуються певні значення пари екзогенних параметрів  $\{pm, pv\}$ . При цих значень параметрів необхідно визначити: 1) оптимальні випуски продукції МП і ВП, 2) які потужності МП і ВП мають бути для цього забезпечені, 3) в яких обсягах мають бути залучені інвестиції, для забезпечення оптимальних потужностей, 4) який економічний результат для кожного із підприємств буде отриманий в наслідок реалізації оптимального плану випуску.

Для математичної формалізації моделі всі потоки між блоками ми зводимо до потоків деякої умовної продукції,

розуміючи під продукцією також послуги, фінансові, інформаційні потоки і т. ін. Виробничу потужність МП позначимо  $y0$  потужності виробничих фондів  $K1$  і  $K2$  відповідно –  $y1, y2$ . У випадках, що наведені на рис. 1, 2 взаємодія ВП і МП може бути представлена як вертикально інтегрована економічна система. Процес взаємоузгодження випуску для структурних елементів цієї системи, тобто величин  $y0, y1$  і  $y2$  – в стаціонарному випадку може бути представлений системою алгебраїчних рівнянь (див. [8], де також наведено означення вертикально інтегрованої системи):

$$\begin{cases} y_0 = a_{01} \cdot y_1 + a_{02} \cdot y_2 + r_m, \\ y_1 = a_{10} \cdot y_0 + a_{12} \cdot y_2, \\ y_2 = a_{20} \cdot y_0 + a_{21} \cdot y_1 + r_v. \end{cases} \quad (1)$$

де  $r_m$  і  $r_v$  – темпи постачання продукції на ринок малим і великим підприємствами, відповідно;

$a_{ij}$  – коефіцієнти, що визначають витрати  $i$ -го продукту на виробництво одиниці  $j$ -го продукту.

Для зручності приймемо таку систему позначень. Індекс «0» буде позначати величини, які відносяться до МП, індекси «1» і «2» – до блоків  $K1$  і  $K2$  ВП.

Розв'язок системи (1) являє собою, так би мовити, кінематичний етап задачі, оскільки на цьому етапі розраховується лише необхідна зміна величин випусків ( $y_i$ ) при зміні ринкової потреби ( $rm, rv$ ), але не з'ясується за рахунок яких важелів зміни випусків відбуваються. Для вирішення другого, динамічного етапу задачі треба звернутися до математичного опису виробничої діяльності. Розглянемо роботу трьох виробничих блоків представлених на рис. 1, 2:  $K1, K2$  і МП. Вважаємо, що  $k$ -ий виробничий блок ВО виробляє  $ik=1, \dots, Mk$  продуктів; число  $M0$  зазвичай є невеликим. Позначимо відповідно вартість витрат основних виробничих фондів  $K_t^{ik}$  (для МП це зазвичай обладнання), робочої сили  $L_t^{ik}$  сировини й матеріалів  $B_t^{ik}$  для моменту часу  $t, t=1, \dots, T$ ;  $a_t^{ik}, l_t^{ik}, b_t^{ik}$  – норми витрат цих ресурсів. При цьому передбачається, що кожний продукт виробляється автономно на  $ik$ -й виробничій дільниці ( $ik=1, \dots, Mr$ ) і має власну ресурсну базу. В цьому разі виробнича діяльність блоків ВО буде визначатися набором факторів:  $\left\{ \frac{K_t^{ik}}{a_t^{ik}}, \frac{L_t^{ik}}{l_t^{ik}}, \frac{B_t^{ik}}{b_t^{ik}} \right\}$ . Вважаємо, що всі блоки ВО повністю забезпечені робочою силою, сировиною і матеріалами. Тоді фактори  $\frac{L_t^{ik}}{l_t^{ik}}$  і  $\frac{B_t^{ik}}{b_t^{ik}}$  не будуть лімітуючим і виробнича потужність дільниць може бути подана як:

$$y_{ik_t} = \varphi_t^{ik} \times K_t^{ik}, \quad (2)$$

$$\text{де } \varphi_t^{ik} = \frac{1}{a_t^{ik}}.$$

Для того аби не вдаватися в деталі структури виробництва перейдемо до агрегованих показників. Для цього просумуємо праву і ліву частини рівності (2) по всі ділянках (для відповідного блоку). В наслідок чого отримаємо:

$$y_{k_t} = f_{k_t} \times K_{k_t}, \quad (3)$$

де

$$y_{k_t} = \sum_{i=1}^{Mk} y_{ik_t}, K_{k_t} = \sum_{i=1}^{Mk} K_t^{ik}, f_{k_t} = \frac{\sum_{i=1}^{Mk} \varphi_t^{ik} \times K_t^{ik}}{\sum_{i=1}^{Mk} K_t^{ik}}. \quad (4)$$

Перехід (4) до агрегованих показників дозволяє зберегти загальність методик, що будуть побудовані нижче. Якщо виникне потреба в більш детальному врахуванні структури виробництва, то методики можна зробити більш докладними повернувшись до рівняння (2). Аналогічним чином можуть бути враховані також і фактори  $\frac{L_t^{ik}}{l_t^{ik}}$  і  $\frac{B_t^{ik}}{b_t^{ik}}$

Динамічним етапом задачі є розв'язок шести рівнянь (див. [8]):

$$y_i(t) = f_i(t) \times K_i(t), \quad (5)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = s_i(t) \times M_i(t) + I_i(t), \quad (6)$$

де  $i = \overline{0, 2}$ ;  $f_i(t)$  фондівіддача для ОВФ  $i$ -го підприємства в періоді  $t$ ,

$M_i(t)$  – прибуток  $i$ -го підприємства в періоді  $t$ ,

$s_i(t)$  – коефіцієнт реінвестування для  $i$ -го підприємства в періоді  $t$ ,

$I_i(t)$  – прямі інвестиції в  $i$ -те підприємство в періоді  $t$ .

Рівняння (5) є іншою формою запису рівняння (3).

Збільшення темпів збуту може бути забезпечено розширенням мережі роздрібною торгівлі. Витрати на обслуговування МРТ містять нелінійний за кількістю торгових точок вклад. Ця обставина, зокрема, обумовлена тим, що нові торгові точки будуть створюватися в середньому на більших відстанях від оптових баз ніж вже існуючі, а це призведе до більш високого ніж лінійний темпу зростання транспортних витрат. Тому прибутки МП і ВП будемо визначати за формулами (літера  $m$  відноситься од МП,  $v$  – до ВП):

$$Mm = (1 - kp) \times [(1 - kad) \times pm \times rm - pm \times cm \times y0 - mum \times Km - zm1 \times rm - zm2 \times rm^2] \times T, \quad (7)$$

$$Mv = (1 - kp) \times [(1 - kad) \times pv \times rv - (p1 \times c1 \times y1 + p1 \times c1 \times y1) - muv \times Kv - zv1 \times rv - zv2 \times rv^2] \times T, \quad (8)$$

де  $T$  – горизонт планування;

$kp$  – ставка податку на прибуток;

$kad$  – ставка податку на додану вартість;

$c$  – частка собівартості в ціні продукції;

$mu$  – коефіцієнт амортизації;

$z$  – витрати на одиницю товару в одиницю часу в мережі роздрібною торгівлі (цифра 1 відноситься до лінійного вкладу, 2 – до нелінійного); інші позначення зрозумілі за їх використанням.

Рівняння (7) і (8) мають місце для стаціонарних умов. Робота ВО в нестаціонарних умовах буде розглянута нижче.

При вирішенні сформульованого вище оптимізаційного завдання проектного планування треба мати на увазі, що відповідно до рівняння (5) збільшення випуску для  $i$ -го блоку ВО потребує інвестиції в розмірі  $I_i$ , який визначається із рівнянь  $\Delta y_i(t) = f_i \times \Delta K_i(t) = f_i \times I_i$ , отже:

$$I_i = \frac{\Delta y_i(t)}{f_i}. \quad (9)$$

Ці інвестиції мають бути віднятими з відповідних прибутків (7) і (8). З рештою, для розглянутої схеми франчайзингу отримаємо наступну оптимізаційну задачу:

$$F \equiv Fm(pm, pv) + Fv(pm, pv) \rightarrow \max, \quad (10)$$

за умов:

$$pm_{\min} \leq pm \leq pm_{\max}, pv_{\min} \leq pv \leq pv_{\max} \quad (11)$$

де  $Fm(pm, pv) = Mm(pm, pv) - Im(pm, pv)$ ,

$$Fv(pm, pv) = Mv(pm, pv) - Iv(pm, pv).$$

Розв'язок оптимізаційної задачі (10), (11) має виконуватись з використанням системи рівнянь (1), (5), (6), (7), (8), (9). При розрахунках використовувались наступні значення параметрів:  $kp = 0,3$ ;  $kad = 0,06$ ;  $pm = 10$ ;  $a_{01} = 0,015$ ;  $a_{20} = 0,01$ ;  $a_{10} = 0,3$ ;  $a_{20} = 0,15$ ;  $a_{12} = 0,5$ ;  $a_{21} = 0,7$ ;  $rm_0 = 0,01$ ;  $rv_0 = 150$ ;  $cm = 0,3$ ;  $km = 1,25 \times 10^4$ ;  $K1 = 1,5 \times 10^5$ ;  $K2 = 1,3 \times 10^5$ ;  $fm = 4,932 \times 10^{-3}$ ;  $mum = 5,479 \times 10^{-4}$ ;

$muv = 6,1 \times 10^{-4}$ ;  $ym0 = 6,16$ ;  $yv0 = 13,1$ ;  $s0 = 0$ ;  $s1 = 0$ ;  $s2 = 0$ ;  $zm1 = 2$ ;  $zm2 = 0,133$ ;  $zv1 = 0,3$ ;  $zv2 = 8 \times 10^{-3}$ ;  $p1 = 7$ ;  $p2 = 8$ ;  $c1 = 0,25$ ;  $c2 = 0,3$ .

Результати розв'язку оптимізаційної задачі (10), (11) для випадку коли очікувана ринкова ціна продукції ВП протягом планового періоду буде дорівнювати  $pv = 10$  представлені в табл. 1 для п'ятох значень ринкової ціни продукції МП.

Таблиця 1

Оптимальні значення параметрів виробництва і відповідні їм прибутки МП і ВП при фіксованій ціні продукції ВП

Параметри	pm				
	8	9	10	11	12
<i>rm</i>	3	3	3,135	5,374	7,613
<i>rv</i>	166,461	166,12	165,778	165,437	165,096
<i>Mm</i>	-218,258	90,157	545,987	3,523*10 <sup>3</sup>	6,959*10 <sup>3</sup>
<i>Mv</i>	1,888*10 <sup>5</sup>	1,885*10 <sup>5</sup>	1,882*10 <sup>5</sup>	1,861*10 <sup>5</sup>	1,855*10 <sup>5</sup>
<i>Im</i>	-384,291	-386,55	-355,476	194,972	745,42
<i>Iv</i>	1,061*10 <sup>4</sup>	1,038*10 <sup>4</sup>	1,019*10 <sup>4</sup>	1,069*10 <sup>4</sup>	1,12*10 <sup>4</sup>
<i>Fm</i>	166,024	476,707	901,464	3,328*10 <sup>3</sup>	6,214*10 <sup>3</sup>
<i>Fv</i>	1,782*10 <sup>5</sup>	1,781*10 <sup>5</sup>	1,78*10 <sup>5</sup>	1,762*10 <sup>5</sup>	1,743*10 <sup>5</sup>
<i>F</i>	1,783*10 <sup>5</sup>	1,786*10 <sup>5</sup>	1,789*10 <sup>5</sup>	1,795*10 <sup>5</sup>	1,805*10 <sup>5</sup>
<i>y0</i>	7,589	7,58	7,708	9,97	12,232
<i>y1</i>	132,425	132,157	131,969	133,011	134,053
<i>y2</i>	260,297	259,767	259,3	260,04	260,768

З табл. 1 видно, що при зростанні ринкової ціни *pm* продукції МП оптимальні обсяги реалізації (в одиницю часу) зростають з 3 до 7,613. В той же час оптимальні обсяги *rv* реалізації продукції ВП зменшуються з 166,461 до 165,096. Щодо від'ємних значень інвестицій в МП *Im* то це означає, що оптимальне значення випуску МП зменшується відносно початкового значення ( $\Delta m < 0$ , див. формулу (9)) тобто МП має зайві виробничі фонди, які для виконання даного проекту не потрібні. Ці фонди можуть бути або задіяні в іншому проекті, або продані. Таким чином ці інвестиції стають від'ємними, тобто їх потрібно не віднімати від прибутку, який буде отриманий за проектом, а навпаки додавати для правильного визначення повного економічного ефекту від проекту. Загальний економічний ефект для МП *Fm* а разі, якщо ціна його продукції буде підвищуватись істотно зростає з 166,024 до 6,214\*10<sup>3</sup>, тобто в 37 разів. Загальний економічний ефект для ВП *Fv* при цьому знижується з 1,782\*10<sup>5</sup> до 1,743\*10<sup>5</sup>. Загальний економічний ефект для всього ВО (*F*) зростає з 1,783\*10<sup>5</sup> до 1,805\*10<sup>5</sup>. В таблиці також наведені оптимальні значення інвестицій на розвиток МП (*Im*) і ВП (*Iv*), які мають бути зроблені для забезпечення оптимальних потужностей *yi* (*i* = 0,1,2) кожного з блоків ВО (нагадаємо, що нульовим блоком являється МП).

У табл. 2 наведені аналогічні розрахунки для планового значення ціни продукції МП  $pm = 10$  в разі, якщо ціни на продукцію ВП приймають три дискретні значення.

Таблиця 2

Оптимальні значення параметрів виробництва і відповідні їм прибутки МП і ВП при фіксованій ціні продукції МП

Параметри	pv		
	8	9	11
<i>rm</i>	3,135	3,135	3,135
<i>rv</i>	100	115,778	165,778
<i>Mm</i>	1,779*10 <sup>3</sup>	1,483*10 <sup>3</sup>	-391,042
<i>Mv</i>	7,473*10 <sup>4</sup>	1,141*10 <sup>5</sup>	2,761*10 <sup>5</sup>
<i>Im</i>	-792,614	-687,8	-23,197
<i>Iv</i>	-3,485*10 <sup>4</sup>	-2,405*10 <sup>4</sup>	4,443*10 <sup>4</sup>
<i>Fm</i>	2,571*10 <sup>3</sup>	2,171*10 <sup>3</sup>	-367,846
<i>Fv</i>	1,096*10 <sup>5</sup>	1,381*10 <sup>5</sup>	2,317*10 <sup>5</sup>
<i>F</i>	1,122*10 <sup>5</sup>	1,403*10 <sup>5</sup>	2,313*10 <sup>5</sup>
<i>y0</i>	5,911	6,342	9,073
<i>y1</i>	80,333	92,719	171,219
<i>y2</i>	157,12	181,6	536,992

У цьому разі загальний економічний ефект для МП (*Fm*) при зростанні ціни продукції ВП різко знижується до від'ємних значень. Загальний економічний ефект для ВП навпаки – зростає більш ніж вдвічі. Загальний економічний ефект для всього ВО також зростає вдвічі. Ще одна відмінність від попереднього випадку в тому, що згідно табл. 1 для оптимального розв'язку має помітно зростати лише випуск МП (*y0*) тоді, як з табл. 2 видно, що в другому випадку суттєво зростають випуски всіх блоків ВО особливо блоку 2.

Викладена вище методика може бути застосована до планування інших параметрів та аналізу їх впливу на економічні результати ВО. Наприклад, замість множини параметрів {*pm*, *pv*} можуть бути проаналізовані планові обсяги продажів {*rm*, *rv*} та їх вплив на ефективність роботи ВО.

Що стосується оптимізації роботи ВО за схемою аутсорсингу (рис. 2), то вона здійснюється за тою ж самою методикою, яка викладена вище для схеми франчайзингу. Хоча економічний зміст потоків якими обмінюються МП і блоки (в нашому випадку 2 блоки) ВП може суттєво розрізнятися. Поодинокую відмінністю методики оптимізації для схеми аутсорсингу є те, що в першому рівнянні системи (1) треба покласти  $rm = 0$ .

Наступне завдання, яке буде розглянуте, – це аналіз часової динаміки роботи ВО за схемою аутсорсингу з ціллю виявлення факторів, які сприяють підвищенню ефективності цієї схеми співробітництва. При цьому вважаємо, що вигоди для МП забезпечені гарантованим заказом від

ВП. Тому в центрі уваги будуть вигоди, які отримує ВП від залучення МП для виконання певного комплексу робіт.

Економічне завдання формулюється наступним чином. ВП планує виконувати деякий проект. Для виконання цього проекту крім тих технологічних можливостей, що ВП має в наявності треба залучити додаткові технологічні операції і відповідні фонди. Є два шляхи вирішення цієї проблеми. Перший: придбати необхідні виробничі фонди і ввести їх в експлуатацію з одночасним залученням робочої сили, яка має відповідну кваліфікацію. Другий: залучити для виконання проекту сторонню організацію – МП, яке має необхідний досвід і технологічні можливості для участі у проекті. Другий шлях має очевидні переваги – він має значно менший термін підготовчої роботи і не потребує капітальних вкладень. Для кількісної оцінки економічної переваги другого шляху, тобто створення аутсорсингу, залучимо модель з роботи [3]:

$$rv(t) = zv(t) \times n1v \times [Qv(t) - Vv(t)], \quad (12)$$

$$\frac{dVv}{dt} = rv(t) - k1v \times Vv(t), \quad (13)$$

$$\frac{dzv}{dt} = u(t) - rv(t), \quad (14)$$

де  $rv$  – темп продажу товару;  $Vv$

$Vv$  – кількість товару у споживачів (ще не спожитого);

$zv$  – кількість товару на ринку;

$u$  – темп виробництва товару;

$Qv$  – потенційний попит (повна кількість товару, що здатна миттєво задовольнити попит в умовах відсутності ажіотажного попиту);

$k1v$  – темп споживання товару (відносний коефіцієнт споживання купленого товару в одиницю часу);

$n1v$  – коефіцієнт швидкості продажу товару.

Всі величини в рівняннях (12) – (14) відносяться до ВП. При розрахунках використовувались наступні значення параметрів:  $n1v = 1,127 \times 10^{-4}$ ,  $k1v = 0,4$ . Початкові значення величин зрозумілі з рисунків, що наведені нижче. Розв'язок системи рівнянь (12) – (14) будемо виконувати в скінченно-різницевої формі. При цьому треба мати на увазі, що система (12) – (14) є суттєво нелінійною і чисельні розрахунки доводять, що в широкому діапазоні параметрів розв'язки цієї системи є нестійкими. Для того аби усунути проблему з нестійкістю розв'язків будемо виконувати усереднення темпу продажу товару починаючи з періоду  $t = 4$  по чотирьом періодам:  $rv(t) = (rv)_{t-4}^t$ .

Розглянемо перший з вказаних шляхів. Взагалі, цей шлях також в багатьох випадках (можливо в більшості) є ефективним. Однак для не великих горизонтів планування і у випадках, коли він потребує великих термінів впровадження цей шлях може виявитись неприйнятним. Розглядаємо проект горизонт планування для якого є 2 роки. Нехай темп введення нових виробничих потужностей може бути описаний логістичною кривою. Тоді і вся виробнича потужність ВП має той самий вид, наприклад:

$$u_i = \frac{0,01 \times Qv \times \exp\{a2 \times i\}}{Qv - 0,01 \times Qv \times (1 - \exp\{a2 \times i\})}, \quad (15)$$

де  $a2 = 0,2$ .

На рис. 4 показана часова динаміка темпів виробництва ВП. З рисунка видно, що вихід на планову потужність потребує близько 40 днів.

На рис. 5 показані темпи виробництва, продажів і запас продукції у споживачів. Всі темпи починають наростати з періоду  $i = 40$ .

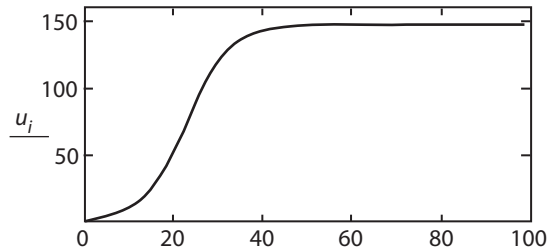


Рис. 4. Часова динаміка темпів виробництва ВП

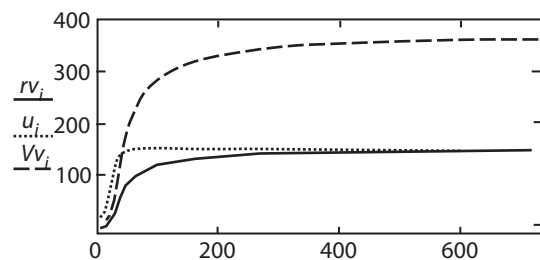


Рис. 5. Темпи виробництва  $u_i$ , продажів  $rv_i$  і запас продукції у споживачів  $Vv_i$

З рис. 6 видно, що значення прибутку стають додатними після періоду  $i = 37$ .

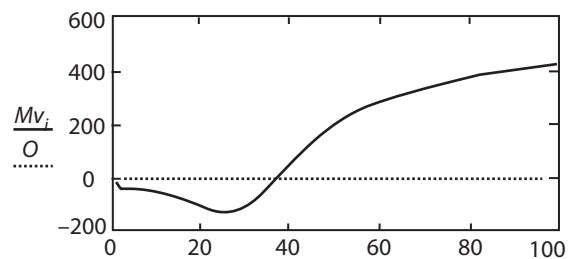


Рис. 6. Поточні значення прибутку

Тепер розглянемо другий шлях виконання проекту – з залученням МП. Аналогами результатів показаних на рис. 5 і 6 в цьому випадку є результати показані на рис. 7 і 8.

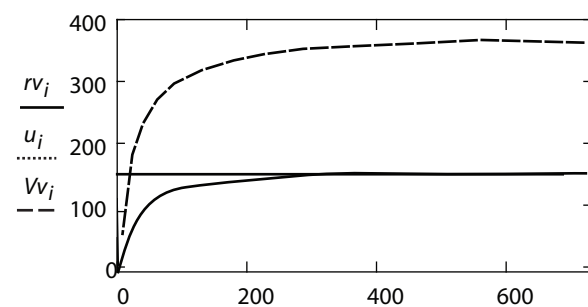


Рис. 7. Темпи виробництва  $u_i$ , продажів  $rv_i$  і запас продукції у споживачів  $Vv_i$  при залученні МП

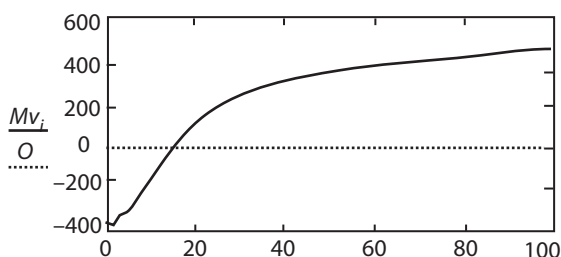


Рис. 8. Поточні значення прибутку при залученні МП

З рис. 7 видно, що в цьому випадку «включення» виробництва відбувається з періоду  $i = 0$ . Це відбивається на всіх показниках роботи ВП, зокрема, на поточних значеннях прибутку, які вже починаючи з періоду  $i = 17$  стають додатними.

Розрахунки показують, що сумарний прибуток для випадку коли залучається МП на 7,985% відсотків перевищує сумарний прибуток, який буде отриманий при виконанні проекту без МП. Зростання сумарного прибутку має дві складові: за рахунок зменшення темпів впровадження обладнання зростання відбувається на 3,697% і за рахунок економії на капітальних витратах (придбання нових ОВФ) зростання відбувається на 4,288%.

Важливою і поширеною формою співробітництва двох (або більшої кількості) МП є утворення кластерів. При модельному дослідженні кластера будемо виходити з уявлень про лінійну, однонаправлену схему руху товару (див. рис. 3), тобто вважаємо, що товар з малого виробничого підприємства (МВП) поступає для реалізації на збутову фірму, а в зворотному напрямку йде лише фінансовий та інформаційний потоки (інформація про стан ринку).

Розрахуємо динаміку основних показників при створенні кластера з двох підприємств, одне з яких займається виробництвом продуктів харчування, друге – збутом цієї продукції. Для визначення економічного ефекту від створення кластера розглянемо наступну ситуацію. Протягом першого року ( $i = \overline{1,365}$ ) виробниче підприємство самостійно реалізує свою продукцію. Однак МРТ для цієї задачі в нього не вистачає. Це веде до накопичення продукції на орендованому складському приміщенні, що збільшує як витрати на зберігання продукції на оптовому складі, так і втрати продукції внаслідок її псування.

Для проведення імітаційних розрахунків використовувалась модель з роботи [7]. При цьому на відміну від роботи [7] обмеження на ємність оптового складу не враховувались, а також був застосований детермінований варіант моделі, тобто не враховувались шуми в темпах. Якщо мова йде про виробництво й реалізацію швидкопсувного товару, як це буває з продукцією с/г підприємств, то в формулі для загальних витрат треба врахувати витрати пов'язані із псуванням товару, тобто ввести додаток:  $k3 \times (Ri + Si)$ , де  $k3$  – коефіцієнт псування товару,  $Ri$  – кількість товару в МРТ,  $Si$  – кількість товару на оптовому складі. При розрахунках приймалось:  $k3 = 0,01$ .

Результати розрахунків представлені на рис. 9 – 11. З рис. 9 бачимо, що протягом першого року, тобто до створення

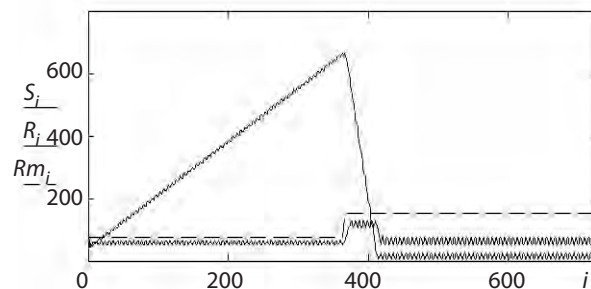


Рис. 9. Динаміка кількості продукції на оптовому складі  $S_i$ ,  $i$  в МРТ  $R_i$

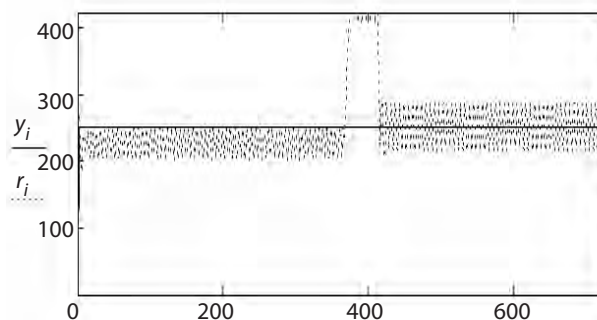


Рис. 10. Динаміка темпів виробництва  $y_i$  і продажу  $r_i$

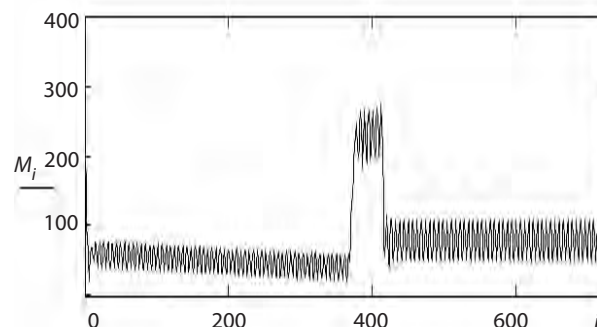


Рис. 11. Динаміка поточного прибутку  $M_i$

ренту кластеру можливість виробництва суттєво перевищують можливості МРТ.

Це твердження ілюструє також рис. 10 з якого видно, що протягом першого року середній темп продажів є нижчим за темп виробництва. При цьому йде накопичення товару на оптовому складі, що веде до зростання витрат на зберігання, а також збільшення витрат пов'язаних з псуванням товару. Після утворення кластеру ( $i > 365$ ) із збутовою фірмою ємність МРТ ( $Rm_i$ ) зростає (відповідно до умов контракту) вдвічі. Це веде до зростання середніх темпів продажу, що видно з рис. 10. При цьому кількість товару на оптовому складі  $i$  в МРТ різко знижується, що веде до зниження відповідних витрат.

З рис. 11 видно, що після створення кластеру середній поточний прибуток зростає. Ця обставина є вагомим аргументом на користь створення кластеру.

Розрахунки доводять, що протягом першого року (тобто до створення кластеру) буде отриманий загальний прибуток  $\sum_{i=1}^{730} M_i = 1,78 \times 10^4$ , а протягом другого року – за-

гальний прибуток  $\sum_{i=365}^{365} M_i = 3,4739 \times 10^4$ . Таким чином, створення кластеру майже подвоює прибуток МП. Зрозуміло, цей додатковий прибуток має бути поділений в певних пропорціях (встановлених в договорі) із збутовою фірмою. В будь-якому разі створення кластеру, при прийнятих параметрах задачі, – є ефективним.

**Висновки.** Підсумовуючі вищевикладене можна зроби такі висновки.

1. Розроблений комплекс економіко-математичних моделей, які дозволяють досліджувати взаємо-

узгоджену виробничу діяльність ВП і МП в рамках таких форм кооперації як франчайзинг, аутсорсинг, кластер.

2. Розроблені методики оптимального проектного планування спільної роботи підприємств.
3. Досліджені динамічні аспекти роботи підприємств, що працюють за схемою аутсорсингу і кластеру.
4. Виконані розрахунки доводять ефективність застосування різних форм інтеграції при веденні малого і великого бізнесу в ринкових умовах.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бондар І. О. Моделювання взаємодії між малим підприємством та великим виробничим об'єднанням / І. О. Бондар // Коммунальное хозяйство городов. Науч.-техн. сб. – Вып. 73. – К. : Техніка, 2006. – С. 280–289.
2. Варналій З. С. Мале підприємство: основи теорії і практики : монографія / З. С. Варналій. – К. : Знання; КОО, 2003. – 302 с.
3. Горский А. А. Динамическая модель процесса производства, хранения и сбыта товара повседневного спроса / А. А. Горский, И. Г. Колпакова, Б. Я. Локшин // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1998. – № 1. – С. 144–148.
4. Гудзь Ю. Ф. Інтеграція малих підприємств як стратегічний напрям підвищення ефективності в нестабільному підприємницькому середовищі // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 8(122). – С. 184–195.
5. Егорова Н. Е. Моделирование деятельности малого предприятия, функционирующего в экономическом симбиозе с крупным промышленным объектом / Н. Е. Егорова // Экономика и математические методы. – 1999. – Т. 35. – № 2. – С. 102–115.
6. Пушкар А. И. Моделирование объединения предпринимателей в рамках ведения совместной инновационной деятельности (часть 1) / А. И. Пушкар, И. А. Бондарь // Економічна кібернетика. – 2005. – № 1–2. – С. 40–46.
7. Шерстеников Ю. В. Імітаційна модель інвестиційного розвитку малого підприємства // Економічний простір : Збірник наукових праць. – № 58. – Дніпропетровськ : ПДАБА, 2012. – С. 266–274.
8. Шерстеников Ю. В. Моделювання роботи виробничого об'єднання як вертикально інтегрованої системи // Економічний простір : Збірник наукових праць. – № 73. – Дніпропетровськ : ПДАБА, 2013. – С. 212–235.

## REFERENCES

- Bondar, I. O. «Modeliuvannia vzaiemodii mizh malym pidpriemstvom ta velykym vyrobnychym ob'ednanniam» [Modeling the interaction between small business and large industrial association]. Kommunalnoe khoziaistvo horodov, no. 73 (2006): 280–289.
- Egorova, N. E. «Modelirovanie deiatelnosti malogo predpriatiia, funktsioniruiushchego v ekonomicheskom simbioze s krupnym promyshlennym obektom» [Simulation of a small business that operates in an economic symbiosis with a large industrial facility]. Ekonomika i matematicheskie metody vol. 35, no. 2 (1999): 102–115.
- Gorskiy, A. A., Kolpakova, I. G., and Lokshin, B. Ya. «Dinamicheskaia model protsessa proizvodstva, khraneniia i sbyta tovara povsednevnogo sprosa» [The dynamic model of the process of production, storage and marketing of consumer goods]. Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia, no. 1 (1998): 144–148.
- Hudz, Yu. F. «Intehratsiia malykh pidpriemstv iak stratehichnyi napriam pidvyshchennia efektyvnosti v nestabilnomu pidpriemnytskomu seredovyschi» [The integration of small businesses as a strategic direction to improve an unstable business environment.]. Aktualni problemy ekonomiky, no. 8(122) (2011): 184–195.
- Pushkar, A. Y., and Bondar, Y. A. «Modelyrovanye obedyenyia predprynymatelei v ramkakh vedeniia sovmestnoi ynnovatsyonnoi deiatelnosti (chast 1)» [Modeling of business associations in the conduct of joint innovation (Part 1)]. Ekonomichna kibernetika, no. 1–2 (2005): 40–46.
- Sherstennykov, Yu. V. «Imitatsiina model investytsiinoho rozvytku maloho pidpriemstva» [A simulation model of investment for small businesses]. Ekonomichnyi prostir, no. 58 (2012): 266–274.
- Sherstennykov, Yu. V. «Modeliuvannia roboty vyrobnychoho ob'ednannia iak vertykalno intehrovanoi systemy» [Simulation of Industrial Association as a vertically integrated system]. Ekonomichnyi prostir, no. 73 (2013): 212–235.
- Varnalii, Z. S. Male pidpriemnytstvo: osnovy teorii i praktyky [Small business: basic theory and practice]. Kyiv: Znannia; KOO, 2003.