УДК 330.46

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К УЧЕТУ И АНАЛИЗУ ВЛИЯНИЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА В МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА ХАРРОДА-ДОМАРА

© 2016 ДИЛЕНКО В. А., ГУЛЯЕВА Н. А.

УДК 330.46

Диленко В. А., Гуляева Н. А.

Некоторые подходы к учету и анализу влияния научно-технического прогресса в модели экономического роста Харрода-Домара

В статье предложены способы учета автономного и индуцированного научно-технического прогресса в модели экономической динамики Харрода-Домара, состоящие в определении коэффициента капиталоёмкости прироста дохода данной модели в виде специальных функций времени. В рамках полученного варианта модели Харрода-Домара на условных данных выполнено численное исследование некоторых аспектов влияния параметров научно-технического прогресса и исходного состояния моделируемой экономики на особенности формирования соответствующих траекторий ее динамики. Сформулирована простейшая экономико-математическая задача определения оптимальной величины инвестиций в реализацию индуцированного НТП, и проведена содержательная интерпретация найденного решения. Возможные направления развития полученных результатов могут быть связаны с построением и анализом на основе предложенной модификации модели Харрода-Домара математических моделей оптимального экономического роста с учетом индуцированного НТП, а также в перспективе с использованием данных результатов для совершенствования динамических моделей леонтьевского типа в плане учета в этих моделях инновационных процессов (научно-технического прогресса различного вида).

Ключевые слова: *экономический рост, модель Харрода-Домара, научно-технический прогресс, экономико-математический анализ.*

Рис.: *4.* ***Формул:*** *17.* ***Библ.:*** *9.*

Диленко Виктор Алексеевич *– доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики и информационных технологий, Одесский национальный политехнический университет (пр. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина)*

E-mail: *v.dilenko@gmail.com*

Гуляева Наталья Анатольевна *– старший преподаватель кафедры прикладной математики и информационных технологий, Одесский национальный политехнический университет (пр. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина)*

E-mail: *gulyaeva_nata@rambler.ru*

УДК 330.46

Діленко В. О., Гуляєва Н. А. Деякі підходи до врахування та аналізу впливу науково-технічного прогресу в моделі економічного зростання Харрода-Домара

У статті запропоновано способи врахування автономного й індукованого науково-технічного прогресу в моделі економічної динаміки Харрода-Домара, які полягають у визначенні коефіцієнта капіталомісткості приросту доходу цієї моделі у вигляді спеціальних функцій часу. В рамках отриманого варіанта моделі Харрода-Домара на умовних даних виконано чисельне дослідження деяких аспектів впливу параметрів науково-технічного прогресу та вихідного стану модельованої економіки на особливості формування відповідних траєкторій її динаміки. Сформульовано найпростішу економіко-математичну задачу визначення оптимального розміру інвестицій в реалізацію індукованого НТП і проведено змістовну інтерпретацію знайденого рішення. Можливі напрямки розвитку отриманих результатів можуть бути пов'язані з побудовою та аналізом на основі запропонованої модифікації моделі Харрода-Домара математичних моделей оптимального економічного зростання з урахуванням індукованого НТП, а також в перспективі з використанням цих результатів для вдосконалення динамічних моделей леонтійовському типу в плані врахування в цих моделях інноваційних процесів (науково-технічного прогресу різного виду).

Ключові слова: *економічне зростання, модель Харрода-Домара, науково-технічний прогрес, економіко-математичний аналіз.*

Рис.: *4.* ***Формул:*** *17.* ***Бібл.:*** *9.*

Діленко Віктор Олексійович *– доктор економічних наук, доцент, професор кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, Одеський національний політехнічний університет (пр. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)*

UDC 330.46

Dilenko V. O., Gulyaeva N. A. Some Approaches to the Accounting and Analysis of the Impact of Scientific and Technological Progress in the Harrod-Domar Economic Growth Model

The paper presents methods for the accounting of autonomous and induced scientific and technological progress in the Harrod-Domar model of economic dynamics that imply determining the incremental capital/output ratio of the model in the form of special functions of time. As part of the received version of the Harrod-Domar model, on the basis of conditional data there conducted a numerical study of some aspects of the impact of parameters of scientific and technological progress and the initial state of the economy being modeled on peculiarities of corresponding trajectories of its dynamics. A simple economic and mathematical problem of determining an optimal value of investments in the implementation of the induced STP is formulated, and content interpretation of the obtained solution is carried out. Possible directions of development of the obtained results may be associated with the application of the proposed modification of the Harrod-Domar model to build and analyze mathematical models of optimal economic growth in view of the induced STP, as well as with the prospective use of these results to improve dynamic models of the Leontief type in terms of considering innovation processes (scientific and technical progress of various kinds).

Keywords: *economic growth, Harrod-Domar model, scientific and technological progress, economic and mathematical analysis.*

Fig.: *4.* ***Formulae:*** *17.* ***Bibl.:*** *9.*

Dilenko Viktor O. *– Doctor of Science (Economics), Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odessa National Polytechnic University (1 Shevchenka Ave., Odesa, 65044, Ukraine)*

E-mail: *v.dilenko@gmail.com*

E-mail: *v.dilenko@gmail.com*

***Гуляєва Наталія Анатоліївна** – старший викладач кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, Одеський національний політехнічний університет (пр. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)*

E-mail: *gulyaeva_nata@rambler.ru*

***Gulyaeva Natalia A.** – Senior Lecturer of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odessa National Polytechnic University (1 Shevchenka Ave., Odesa, 65044, Ukraine)*

E-mail: *gulyaeva_nata@rambler.ru*

Введение. Современный этап экономического развития характеризуется определяющей ролью инновационных процессов. Поэтому актуальной проблемой является обязательное отражение указанных процессов в математических моделях как отдельных экономических объектов, так и их систем.

На мезо- и макроэкономическом уровнях своими возможностями не только в теоретических, но и прикладных исследованиях выделяются экономико-математические модели леонтьевского типа [1]. Для статических моделей В. Леонтьева уже имеются определенные подходы для отражения и анализа в них инновационной деятельности [4, с. 178–281]. Что касается динамических аналогов этих моделей, то представление в них научно-технического прогресса как интегральной формы влияния инновационных процессов на макроуровне в ряде научных работ указывается в качестве одного из важнейших направлений развития моделей данного вида [2, с. 337; 9], актуальность которого существенно возрастает в настоящее время в связи с высокой значимостью инноваций в современной экономике. С другой стороны, динамическая модель «затраты-выпуск» В. Леонтьева по существу является декомпозицией известной модели экономического роста Харрода-Домара с учетом производственных затрат. Поэтому прежде чем рассматривать задачу учета НТП для динамических моделей «затраты-выпуск», логично исследовать пути ее решения для одномерного случая.

Целью статьи является разработка способов представления различного вида НТП в модели экономического роста Харрода-Домара и подходов к анализу его влияния на особенности экономической динамики в данной модели.

Основные результаты исследования. Модель Харрода-Домара описывает экономическую систему, для которой динамика дохода $y(t)$ представляется в виде суммы инвестиций в развитие производства $I(t)$ и непроизводственного потребления $C(t)$. В свою очередь, величина инвестиций полагается пропорциональной скорости роста доходов, а потребление задается экзогенно, то есть получаем [5, с. 204–206]:

$$y(t)=B\frac{dy}{dt}+C(t), \quad (1)$$

где коэффициент B имеет смысл капиталоемкости прироста дохода.

Рассмотрим способы представления в модели (1) автономного и индуцированного НТП.

Для математического описания влияния автономного НТП будем исходить из того, что характерной особенностью современного этапа развития экономики является снижение его капиталоемкости [7]. Это явление можно рассматривать как обобщенный на макроуровне результат всего комплекса инновационных процессов, осуществляемых в экономической системе. Для его математического отражения в модели Харрода-Домара, как и в [3], будем полагать, что под воздействием автономного научно-технического прогресса величина коэффициента капиталоемкости B снижается с течением времени по экспоненциальному закону:

$$B(t)=B_0e^{-kt}, \quad (2)$$

где B_0 – значение коэффициента капиталоемкости в начальный момент времени;

k – параметр, определяющий темп снижения указанной капиталоемкости.

Данный параметр можно интерпретировать как показатель интенсивности (темпа) реализации автономного НТП.

Заметим, что выбор экспоненциального закона изменения значения капиталоемкости (2) связан с тем, что соотношение $1/B_0\, e^{kt}$, в котором $1/B_0$ понимается как исходная величина эффективности некоторого производственного фактора, имеет форму и отвечает экономическому содержанию кинетических компонент, которые традиционно используются в экономико-математической теории производственных функций для учета влияния НТП [6, с. 91].

С целью отражения индуцированного научно-технического прогресса в модели (1) будем дополнительно выделять элемент доходов $G(t)$, который специально используется на развитие инновационной деятельности и в рамках данной модели определяет динамику коэффициента капиталоемкости $B(t)$. Тогда модель Харрода-Домара приобретает вид:

$$y(t)=B(G(t))\frac{dy}{dt}+C(t)+G(t). \quad (3)$$

Для определения общего вида функции $B(G(t))$ будем использовать два момента:

во-первых, как и ранее, полагаем, что инновационные процессы приводят к снижению капиталоемкости развития экономики;

во-вторых, принято считать, что результат инвестиций в инновационные процессы определяется их кумулятивной величиной [6, с. 80].

Тогда в предположении, что величина капиталоемкости обратно пропорциональна суммарным за определенный период времени инвестициям в инновационную деятельность, функцию $B(G(t))$ можно представить следующим образом:

$$B(G(t))=\frac{B_0}{1+\lambda\int_0^t G(\tau)d\tau}, \qquad (4)$$

где λ – коэффициент пропорциональности. Очевидно, что в начальный момент времени при $t = 0$ $B(G(t)) = B_0$.

Для выбора вида функции $G(t)$ можно воспользоваться классификацией типов экономического роста, предложенной в [2, с. 260–263]. В данной монографии выделяются типы роста некоторого абстрактного экономического показателя, и предлагается перечень математических функций, предназначенных для их формального описания.

Следуя рекомендациям [2], в качестве $G(t)$ в случае постоянного роста мгновенной величины инвестиций в инновационную деятельность может использоваться, например, функция:

$$G_1(t)=at+b, \qquad (5)$$

для увеличивающегося роста указанных инвестиций:

$$G_2(t)=a(1+b)^t, \qquad (6)$$

при их уменьшающемся росте:

$$G_3(t)=a+b\ln t, \qquad (7)$$

где a, b – параметры.

Выбор конкретного вида функции $G(t)$ должен отвечать инвестиционной специфике анализируемой макроэкономической стратегии экономического роста на основе интенсификации инновационной деятельности.

При анализе модели Харрода-Домара функция непроизводственного потребления обычно задается в виде $C(t) = 0$, $C(t) = C_0$ или $C(t) = C_0e^{rt}$, где r – постоянный темп прироста непроизводственного потребления [5, с. 206–207].

Если непроизводственное потребление является постоянным в течение всего анализируемого периода, то есть $C(t) = C_0e^{rt}$, то для случая представления автономного НТП в форме (2) рассматриваемая модель экономического роста будет иметь вид:

$$y(t)=B_0e^{-kt}\frac{dy}{dt}+C_0. \qquad (8)$$

Решением данного дифференциального уравнения будет такая функция:

$$y(t)=(y_0-C_o)e^{\frac{1}{kB_0}(e^{kt}-1)}+C_0, \qquad (9)$$

где y_0 – величина дохода в начальный момент времени.

Последнее соотношение может использоваться для решения простейших задач прикладного характера, связанных с исследованием динамики величины $y(t)$. Например, анализ влияния значений непроизводственного потребления C_0 и темпа НТП k на величину дохода $\overline{y} = y(T)$ для заданного конечного момента времени T. Может рассматриваться и в некотором смысле обратная задача – исследование влияния параметров C_0 и k на продолжительность периода времени $[0, t_0]$, который необходим для достижения фиксированной величины дохода $\overline{y}$:

$$t_0=\frac{1}{k}(\ln(\ln((\frac{\overline{y}-C_0}{y_0-C_0})^{kB_0}))+1). \qquad (10)$$

Для случая функции непроизводственного потребления $C(t) = C_0e^{rt}$ при исследовании модели Харрода-Домара с учетом автономного НТП

$$y(t)=B_0e^{-kt}\frac{dy}{dt}+C_0e^{rt} \qquad (11)$$

наибольший в прикладном плане интерес может представлять анализ влияния непроизводственной нагрузки, характеризуемой параметрами процесса потребления C_0 и r, на особенности траектории $y(t)$ развития рассматриваемой экономической системы при заданных параметрах ее исходного состояния B_0, y_0 и автономного НТП k.

На рис. 1 и 2 приведены результаты численного решения уравнения (11) для различных значений темпа роста непроизводственного потребления r и исходной его величины C_0. При этом здесь и далее использовались некоторые условные данные, однако в качестве ориентиров для коэффициента капиталоемкости и темпа НТП рассматривались известные реальные значения $B_0=3{,}5$ [2, с. 291] и $k=0{,}02-0{,}03$ [8, с. 46].

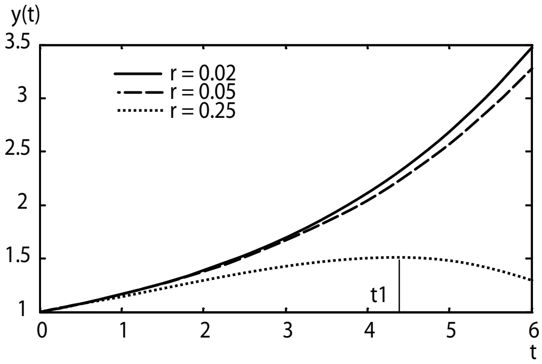

Рис. 1. Экономический рост с учетом автономного НТП при различных значениях темпа прироста непроизводственного потребления r

Графики рис. 1 показывают, что увеличение темпа r (при неизменных других параметрах) приводит к замедлению роста дохода $y(t)$, а при относительно больших его значениях для некоторого момента времени t_1 рост анализируемой экономической системы сменяется негативной тенденцией ее развития с перспективой снижения получаемого дохода до нуля.

Аналогичные графики, но для случая варьирования параметра непроизводственного потребления C_0, представлены на рис. 2. Из этих графиков следует, что при различных C_0 экономика может демонстрировать качественно различное поведение, вплоть до ситуации, когда ее доходы начинают сокращаться начиная уже с начального момента времени.

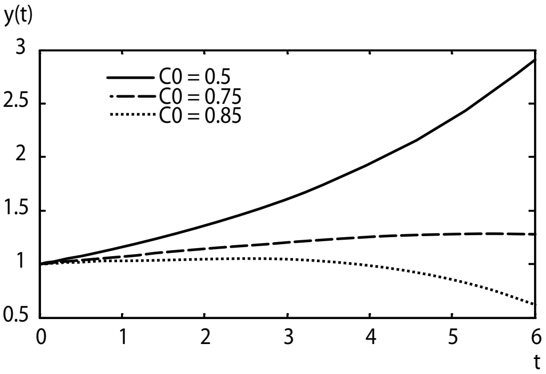

Рис. 2. Экономический рост с учетом автономного НТП при различных значениях исходной величины непроизводственного потребления C_0

Анализ траекторий экономического роста, подобных приведенным на рис. 1 и 2, соответствующих значений t_1 может быть полезен при решении задачи оценки допустимой величины непроизводственной нагрузки на моделируемую экономическую систему при некоторых заданных значениях параметров ее развития B_0 и k.

Рассмотрим некоторые задачи анализа модели экономического роста Харрода-Домара с индуцированным НТП. Будем полагать, что $C(t) = C_0$ и функция $G(t)$, определяющая величину доходов, направляемых на развитие инновационных процессов, имеет вид $G_1(t)=q$, где q – некоторая постоянная величина (то есть в (5) для простоты полагаем $a = 0$). Тогда модель (3) приобретает вид:

$$y(t)=\frac{B_0}{\lambda qt+1}\frac{dy}{dt}+q+C_0. \qquad (12)$$

Из (12) получаем:

$$y(t)=(y_0-q-C_o)e^{\frac{\lambda q}{2B_0}t^2+\frac{1}{B_0}t}+q+C_0. \qquad (13)$$

Данное соотношение позволяет исследовать различные аспекты влияния параметров индуцированного научно-технического прогресса и исходного состояния моделируемой экономики на характерные моменты формирования соответствующих траекторий ее динамики $y(t)$. Например, можно заметить (рис. 3), что для рассматриваемой модели существует начальный период времени, для которого экономический рост под воздействием индуцированного НТП является меньшим, чем аналогичный рост без влияния инновационных процессов.

На графиках данного рисунка представлены численные решения дифференциального уравнения (13), учитывающего влияние индуцированного НТП (при объемах затрат на инновационную деятельность $q = 0.4$ и $q = 0.1$), и без учета воздействия технического прогресса ($q = 0$) при одинаковых значениях параметров y_0, B_0, C_0, λ .

Приведенные графики показывают, что для начальных периодов $[0,\ t_1]$ и $[0,\ t_2]$ соответствующий инновационный рост (при $q > 0$) отстает от неинновационного ($q = 0$). Кроме того, можно видеть, что с увеличением объема ресурсов, направляемых на реализацию инновационной деятельности (и соответственно изымаемых из процессов развития действующего производства), продолжительность периода указанного отставания увеличивается с $[0,\ t_1]$ до $[0,\ t_2]$. Причем на участке $[0,\ t_1]$ инновационный экономический рост с меньшими объемами инвестиций в НТП не многим уступает росту без учета влияния инновационных процессов. Однако, начиная с момента времени t_3, экономическое развитие системы с большими затратами на инновационную деятельность начинает значительно преобладать над экономическим ростом с аналогичными затратами, меньшими по величине.

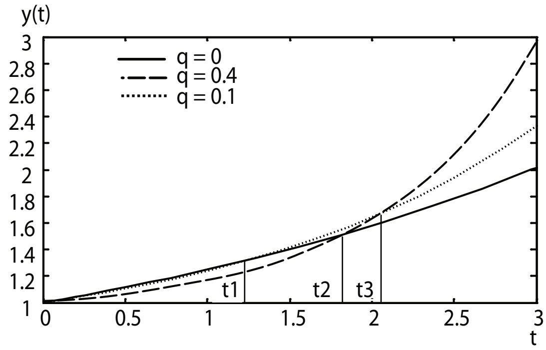

Рис. 3. Экономический рост без учета и с учетом индуцированного НТП при различных объемах инвестиций q

Приведенные графики показывают, что для начальных периодов $[0,\ t_1]$ и $[0,\ t_2]$ соответствующий инновационный рост (при $q > 0$) отстает от неинновационного ($q = 0$). Кроме того, можно видеть, что с увеличением объема ресурсов, направляемых на реализацию инновационной деятельности (и соответственно изымаемых из процессов развития действующего производства), продолжительность периода указанного отставания увеличивается с $[0,\ t_1]$ до $[0,\ t_2]$. Причем на участке $[0,\ t_1]$ инновационный экономический рост с меньшими объемами инвестиций в НТП не многим уступает росту без учета влияния инновационных процессов. Однако, начиная с момента времени t_3, экономическое развитие системы с большими затратами на инновационную деятельность начинает значительно преобладать над экономическим ростом с аналогичными затратами, меньшими по величине.

В прикладном аспекте последнее может интерпретироваться в том смысле, что при анализе макроэкономических стратегий развития могут рассматриваться альтернативы: умеренный инновационный рост с относительно небольшими экономическими потерями (по сравнению с неинновационным развитием) на коротком начальном интервале времени и интенсивный инновационный рост, при котором указанные потери на начальном этапе являются более значительными, и сам этап – более продолжительным.

Можно также проанализировать влияние на величину начального периода, при котором неинновационный экономический рост опережает инновационный, значения коэффициента капиталоемкости B_0. Соответствующие графики решений уравнения (13) представлены на рис. 4. Причем для графиков (а) $B_0 = 3.5$ и $B_0 = 10{,}0$ для (б) при одинаковых значениях остальных параметров модели.

Из графиков рис. 4 видно, что увеличение коэффициента капиталоемкости приводит к росту продолжительности начального периода развития экономической системы ($t_2 > t_1$), для которого следствием инвестирования в индуцированный НТП является торможение ее динамики. Можно также говорить, что поскольку B_0 характеризует технологический уровень производства рассматриваемой системы ($1/B_0$ – исходный технологический темп развития), то чем ниже указанный технологический уровень (чем более технологически отсталой является экономическая система), тем более продолжительным будет период, в течение которого результаты инновационных процессов будут проявляться только в негативной форме.

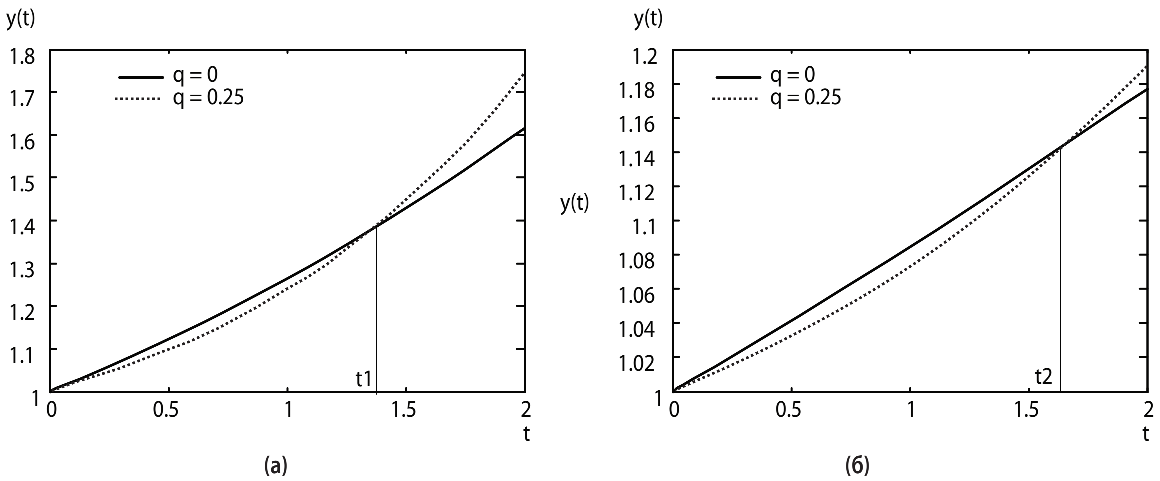

Рис. 4. Экономический рост с учетом и без учета индуцированного НТП при различных значениях коэффициента капиталоемкости B_0

Приведенные выше задачи исследования экономического роста с учетом научно-технического прогресса имели в основном описательный характер. Однако больший интерес представляет постановка и исследование задачи определения оптимального способа реализации НТП. В качестве примера подобных задач рассмотрим задачу определения величины инвестиций в индуцированный научно-технического прогресс q^*, которая максимизирует (при заданных значениях планового периода T и других параметров экономического роста) доход $y(T)$, то есть оптимизационную модель:

$$\max_q \left[(y_0 - q - C_0) e^{\frac{\lambda q}{2B_0}T^2 + \frac{1}{B_0}T} + q + C_0 \right], \qquad (14)$$

$$0 \le q \le y_0 - C_0. \qquad (15)$$

Решением данной задачи является:

$$q^* = y_0 - C_0 - \frac{2B_0}{\lambda T^2}. \qquad (16)$$

Можно видеть, что $q^* < y_0 - C_0$ при любых возможных значениях параметров модели (13), отвечающих ее экономическому содержанию. С другой стороны, для того чтобы величина q^* была положительной, необходимо выполнение определенных соотношений для значений параметров $y_0, C_0, T, \lambda, B_0$. При фиксированном значении непроизводственного потребления среди указанных параметров управляемым можно считать продолжительность планового периода T. Поэтому рассмотрим зависимость $q^*(T)$. Из (16) следует, что q^* будет положительной величиной, если для значений T выполняется неравенство:

$$T > \sqrt{\frac{2B_0}{\lambda(y_0 - C_0)}} = T^*. \qquad (17)$$

В содержательном плане это означает, что осуществление инновационных процессов (индуцированного НТП) целесообразно только тогда, когда плановый период их реализации превышает некоторую минимально возможную величину T^*. Причем значение этой величины находится в прямой зависимости от коэффициента начальной капиталоёмкости прироста дохода B_0, определяющего исходный технологический уровень рассматриваемой экономической системы, и в обратной от имеющихся в начальный момент времени инвестиционных возможностей данной системы для осуществления инновационной деятельности (величина $y_0 - C_0$) и степени кардинальности влияния индуцированного НТП на повышение эффективности процессов экономического роста (характеризуется параметром λ).

Иными словами, чем ниже исходный технологический уровень системы, тем большим является период времени $[0, T^*]$, для которого реальное инвестирование в инновации не будет оптимальным путем экономического развития (то есть проявление позитивных результатов такого инвестирования требует времени большего T^*). И наоборот, чем более кардинальными являются инновации и имеется больший объем ресурсов для их реализации, тем меньшим будет указанный период $[0, T^*]$.

Выводы. В настоящей работе предложены способы представления автономного и индуцированного НТП в модели экономического роста Харрода-Домара. Рассмотрены некоторые задачи экономико-математического исследовании влияния научно-технического прогресса (и других параметров модели) на особенности формирования соответствующих траекторий экономической динамики и определения оптимального варианта реализации индуцированного НТП.

Возможные направления развития полученных результатов могут быть связаны с построением и анализом на основе предложенной модификации модели Харрода-Домара математических моделей оптимального экономического роста с учетом индуцированного НТП, а также в перспективе с использованием данных результатов для совершенствования динамических моделей леонтьевского типа в плане учета в этих моделях инновационных процессов (научно-технического прогресса различного вида).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гранберг А. Г. Василий Леонтьев в мировой и отечественной экономической науке. *Экономический журнал ВШЭ*. 2006. № 3. С. 471–491.

2. Гранберг А. Г. Моделирование социалистической экономики. М.: Наука, 1988. 487 с.

3. Диленко В. А. Особенности оптимального управления в одной модели экономического роста с технологическим прогрессом. *Бизнес Информ*. 2011. № 8. С. 107–113.

4. Диленко В. А. Экономико-математическое моделирование инновационных процессов: монография. Одесса: Феникс, 2013. 348 с.

5. Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. В. Математические методы в экономике. М.: Дело и сервис, 2001. 368 с.

6. Плакунов М. К., Раяцкас Р. Л. Производственные функции в экономическом анализе. Вильнюс: Минтис, 1984. 308 с.

7. Федулова Л. Перспективы инновационно-технологического развития промышленности Украины. *Экономика Украи-ны*. 2008. № 7. С. 24–36.

8. Шелобаев С. И. Экономико-математические методы и модели. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. 287 с.

9. Якуб Е. С. Двухсекторная технологическая модель реальной экономики // Прикладные аспекты моделирования социально-экономических систем: [кол. монография]/под ред. В. С. Пономаренко, Т. С. Клебановой. Харьков; Бердянск: Издатель Ткачук А. В., 2015. С. 9–26.

REFERENCES

Dilenko, V. A. «Osobennosti optimalnogo upravleniya v odnoy modeli ekonomicheskogo rosta s tekhnologicheskim progressom« [Features of optimal control in a model of economic growth with technological progress]. *Biznes Inform*, no. 8 (2011): 107-113.

Dilenko, V. A.*Ekonomiko-matematicheskoye modelirovaniye innovatsionnykh protsessov* [Economic-mathematical modeling of innovative processes]. Odessa: Feniks, 2013.

Fedulova, L. «Perspektivy innovatsionno-tekhnologicheskogo razvitiya promyshlennosti Ukrainy« [Perspectives of innovative and technological development of Ukrainian industry]. *Ekonomika Ukrainy*, no. 7 (2008): 24-36.

Granberg, A. G.*Modelirovaniye sotsialisticheskoy ekonomiki* [Modeling of the socialist economy]. Moscow: Nauka, 1988.

Granberg, A. G. «Vasiliy Leontev v mirovoy i otechestvennoy ekonomicheskoy nauke« [Vasiliy Leontief in the world and domestic economic science]. *Ekonomicheskiy zhurnal VShE*, no. 3 (2006): 471-491.

Plakunov, M. K., and Rayatskas, R. L.*Proizvodstvennyye funktsii v ekonomicheskom analize* [The production function in economic analysis]. Vilnyus: Mintis, 1984.

Shelobayev, S. I.*Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli* [Economic-mathematical methods and models]. Moscow: YuNITI-DANA, 2005.

Yakub, E. S. «Dvukhsektornaya tekhnologicheskaya model realnoy ekonomiki« [Technology two-sector model of real economy]. In *Prikladnyye aspekty modelirovaniya sotsialno-ekonomicheskikh sistem*, 9-26. Kharkiv; Berdiansk: Izdatel Tkachuk A. V., 2015.

Zamkov, O. O., Tolstopyatenko, A. V., and Cheremnykh, Yu. V. *Matematicheskiye metody v ekonomike* [Mathematical methods in Economics]. Moscow: Delo i servis, 2001.